الافواج 4و5

المقياس الإحصاء الوصفي

المحاضرة 1

1- الوسط الهندسي

تعريفه :

الوسط الهندسي هو الجذر النوني لحاصل ضرب (ن) قيمة معطاة . أو بتعبير آخر هو حاصل ضرب القيم مجذورًا إلى قوة تساوي عددها .

مثال : القيم 4 ، 8 ، 16 وسطها الهندسي ونرمز له بالرمز G هو :

.

1,1- حساب الوسط الهندسي من بيانات غير مبوبة :

بإستعمال الصيغة الجبرية نستطيع أن نرمز للقيم بـ $X_1 , X_2 , X_3 , ... , X_N$ ولعدد القيم بـ N فنحصل على الصيغة التالية :

Erreur ! Signet non défini. ، ولإستخراج قيمة G نستعمل اللوغاريتمات ، فإذا أخذنا لوغاريتم طرفي العلاقة السابقة نجد :

نبحث عن العدد المقابل لـ logG في الجداول اللوغاريتمية أو بواسطة الآلة الحاسبة العلمية فنحصل على قيمة G التي تمثل قيمة الوسط الهندسي .

مثال : أحسب الوسط الهندسي للقيم : 12 ، 15 ، 9 ، 18 .

الحل :

Erreur ! Signet non défini.

وبقلب القيمة الأخيرة أي إيجاد القيمة المقابلة لـ log G التي حصلنا عليها نجد أن :

$G = 13,06757 \approx 13 .07$.

2,1 ـ حساب الوسط الهندسي من بيانات مبوبـة :

إذا كانت القيـم $X_1 , X_2 , X_3 , ... , X_k$ تمثل مراكـز الفئـات و $f_1 , f_2 , f_3 , ... , f_k$ تكراراتها على الترتيب . فالوسـط الهندسـي وفق التعريـف السابـق يحسـب بالشكـل التالـي :

$$\log G = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} f_i \log X_i = \frac{\sum_{i=1}^{K} f_i \log X_i}{N} = \frac{\sum f_i \log X_i}{N}$$

حيـث : $f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_K = \sum f_i = N$.

مثـال : أحسـب الوسـط الهندسـي .

الحـل : الجـدول التالـي يبيـن الحسابـات الضروريـة .

ا

$f_i \log X_i$	$\log X_i$	f_i	X_i	فئات الأجور
14.1132	1.1761	12	15	20 - 10
19.5706	1.3979	14	25	30 - 20
24.7056	1.5441	16	35	40 - 30
33.640	1.6532	20	45	50 - 40
20.8848	1.7404	12	55	60 - 50
14.5032	1.8129	8	65	70 - 60
7.5004	1.8751	4	75	80 - 70
134.3418	–	86	–	المجموع

بتطبيـق الصيغـة :

وإذا بحثنـا عن العـدد المقابل لقيمـة $\log G$ في الجداول اللوغاريتميـة أو الآلـة الحاسبـة العلميـة نجـد أن $G = 36.48$ وهو المطلـوب .

2 ـ الوسـط التوافقــي

تعريفـه :

يعـرف الوسـط التوافقـي بأنـه مقلـوب الوسـط الحسابـي لمقلوبات القيم .

1,2 ـ حسـاب الوسـط التوافقـي من بيانـات غير مبوبـة :

إذا رمزنـا للقيـم بالرمـوز : $X_1 , X_2 , X_3 , ... , X_N$ وللوسـط التوافقـي بالرمـز H ولعـدد القيـم بـ N ، وفقـًا للتعريـف السابـق نكتـب :

مقلوبـات القيـم هـي : $\frac{1}{X_1}, \frac{1}{X_2}, \frac{1}{X_3}, ..., \frac{1}{X_N}$.

والوسـط الحسابـي لهـذه المقلوبـات هـو : $\frac{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+\frac{1}{X_3},+........+,\frac{1}{X_N}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{X_i}}{N} = \frac{\sum\frac{1}{Xi}}{N}$

والوسـط التوافقـي هو مقلوب المقدار السابـق أي :

$$H = \frac{1}{\frac{\sum\frac{1}{Xi}}{N}} = \frac{N}{\sum\frac{1}{Xi}}$$

ويستخـدم الوسـط التوافقـي عندمـا يـراد حسـاب العـدد فـي الوحـدة النقديـة ، أو السرعـة فـي الوحـدة الزمنيـة أو القيمـة فـي الوحـدة القياسيـة ، ونـادرًا مـا يستعمـل فـي الإحصـاء الاقتصـادي .

مثـال 1 :

أحسـب الوسـط التوافقـي للقيـم التاليـة : 25 ، 10 ، 24 ، 15 ، 20

الحـل :

$$H = \frac{N}{\sum\frac{1}{Xi}} = \frac{5}{\frac{1}{25}+\frac{1}{10}+......+\frac{1}{20}}$$

$$H = \frac{5}{0{,}04 + 0{,}1 + 0{,}07 + 0{,}05 + 0{,}04} = \frac{5}{0{,}3} = 16{,}666$$ ، ومنـه $H \approx 16{,}67$

1.2 - حسـاب الوسـط التوافقـي لبيانات مبوبـة :

إذا كانـت القيـم $X_1 , X_2 , X_3 , ... X_k$ تمثـل مركـز الفئـات و$f_1 , f_2 , f_3 , ... f_k$ تكراراتهـا على الترتيـب ، فـإن الوسـط التوافقـي حسـب التعريـف هـو :

$$H = \frac{1}{\dfrac{\underbrace{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_1} + .. +}_{\text{ãÜÑÉ } f_1} \underbrace{\frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_2} + ... +}_{\text{ãÜÑÉ } f_2} ..... + \underbrace{\frac{1}{X_k} + \frac{1}{X_k} + ...}_{\text{ãÜÑÉ } f_k}}{N}}$$

$$H = \frac{N}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + ... + \frac{f_k}{X_k}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{X_i}} = \frac{N}{\sum \frac{f_i}{X_i}}$$

ومنـه : $H = \dfrac{N}{\sum \frac{f_i}{X_i}}$ حيـث : $N = \sum f_i$.

<u>مثال</u> : أحسـب الوسـط التوافقـي من الجـدول رقـم (10) .

<u>الحل</u> : الجـدول المواليـ يوضـح الحسابـات اللازمـة للحـل :

الجـدول رقـم (13)

$\frac{f_i}{X_i}$	X_i	f_i	فئات الأجور
0.8	15	12	20 - 10
0.56	25	14	30 - 20
0.46	35	16	40 - 30
0.44	45	20	50 - 40
0.22	55	12	60 - 50
0.12	65	8	70 - 60
0.05	75	4	80 - 70

2.65	–	86	المجموع

بالتعويـض في العلاقـة : $H = \frac{N}{\sum \frac{f_i}{X_i}} = \frac{86}{2.65} = 32.45$

الافواج 4و5

المقياس الإحصاء الوصفي

<u>المحاضرة 2</u>

مقاييس التشتت

مقدمة

عند مقارنة مجموعتين من البيانات ، يمكن استخدام شكل التوزيع التكراري، أوالمنحنى التكراري ، وكذلك بعض مقاييس الترعة المركزية ، مثل الوسط الحسابي والوسيط ، والمنوال ، والإحصاءات الترتيبية ، ولكن استخدام هذه الطرق وحدها لا يكفي عند المقارنة ، فقد يكون مقياس الترعة المركزية للمجموعتين متساوي ، وربما يوجد اختلاف كبير بين ا موعتين من حيث مدى تقارب وتباعد البيانات من بعضها البعض ، أو مدى تباعد أو تقارب القيم عن مقياس الترعة المركزية .

ومثال على ذلك ، إذا كان لدينا مجموعتين من الطلاب ، وكان درجات ا موعتين كالتالي :

88	67	85	81	78	70	63	**ا موعة الأولى**
77	74	75	78	77	78	73	**ا موعة الثانية**

لو قمنا بحساب الوسط الحسابي لكل مجموعة ، نجد أن الوسط الحسابي لكل منهما يساوي 76 درجة ، ومع ذلك درجات ا موعة الثانية أكثر تجانسا من درجات ا موعة الأولى . من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام مقاييس أخرى لقياس مدى تجانس البيانات، أو مدى انتشار البيانات حول مقياس الترعة المركزية، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات، ومن هذه المقاييس ، مقاييس التشتت ، والالتواء ، والتفرطح ، وسوف نركز في هذا الفصل على هذه المقاييس .

من هذه المقاييس: المدى، والانحراف الربيعي، والانحراف المتوسط، والتباين، والانحراف المعياري .

1المدى Rang

هو أبسط مقاييس التشتت ، ويحسب المدى في حالة البيانات غير المبوبة بتطبيق المعادلة التالية .

المدى في حالة البيانات غير المبوبة = أكبر قراءة – أقل قراءة

$$Rang = Max - Min \quad (٤-١)$$

وأما المدى في حالة البيانات المبوبة له أكثر من صيغة، ومنها المعادلة التالية:

المدى في حالة البيانات المبوبة = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى (٤-٢)

مثال

تم زراعة 9 وحدات تجريبية بمحصول القمح ، وتم تسميدها بنوع معين من الأسمدة الفسفورية ، وفيما يلي بيانات كمية الإنتاج من القمح بالطن/ هكتار .

4.8 6.21 5.4 5.18 5.29 5.18 5.08 4.63 5.03

والمطلوب حساب المدى .

الحل

المدى = أكبر قراءة – أقل قراءة

إذا المدى هو :

Rang=Max-Min=6.21-4.63 =1.58

المدى يساوي 1,58 **طن / هكتار.**

2 - الإنحراف الربيعى :

للتخلص من أثر القيم المتطرفة على المدى كمقياس للتشتت ، فإنه يعمد إلى دراسة مقياس آخر لقياس التشتت وهو الإنحراف الربيعي (ويسمى أيضًا نصف المدى الربيعي) الذي هو عبارة عن نصف الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول ، ويحسب وفق المعادلة التالية

مثال1 : أحسب الانحراف الربيعي للقيم التالية : 12 ، 16 ، 17 ، 19 ، 21 ، 25 ، 26 .

الحل : حساب Q_1 : ترتيب Q_1 = ، ومنه قيمة Q_1 هي القيمة التي ترتيبها 2 ضمن القيم وهي 16 .

حساب Q_3 : ترتيب Q_3 = ، ومنه قيمة Q_3 هي القيمة التي ترتيبها 6 ضمن القيم وهي 25 .

الإنحراف الربيعي هو : .

من مزايا هذا المقياس أنه لا يعتمد على القيم المتطرفة كما أشرنا سابقًا ، ولكن من عيوبه أيضًا أنه لا يأخذ بعين الاعتبار جميع القيم عند حسابه ، ويعتمد على الربع الأول والربع الثالث فقط .

مثال 2 : لدينا الجدول التكراري التالي الذي يمثل علامات 40 طالب :

الجدول رقم (01)

الفئات	4 - 0	8 - 4	12 - 8	16 - 12	20 - 16
التكرارات	8	10	14	5	3

المطلوب : حساب الانحراف الربيعي لهذا التوزيع .

الحل : نحسب كل من Q_1 و Q_3 من الجدول التالي :

الجدول رقم (02)

الفئات	التكرارات	ت.ت.ص
4 - 0	8	8
8 - 4	10	18
12 - 8	14	32
16 - 12	5	37
20 - 16	3	40

المجموع	40	–

نحسب Q_1 مـن العلاقـة : $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - (\sum f_1)}{f_{Q_1}}.C$.

ترتيب Q_1 = $\frac{N}{4} = \frac{40}{4} = 10$ فئـة الربيـع الأول هـي (4 - 8) .

$$Q_1 = 4 + \frac{10-8}{10}.4 = 4.8$$

نحسب Q_3 من العلاقـة : $Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - (\sum f_1)}{f_{Q_3}}.C$

ترتيب Q_3 = $\frac{N3}{4} = \frac{40.3}{4} = 30$ ، فئـة الربيـع الثالـث هـي (8 - 12) .

. $Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - (\sum f_1)}{f_{Q_3}}.C = 8 + \frac{30-18}{14}.4 = 8 + 3,4 = 11,4$

بالتعويض في علاقة الانحراف الربيعي نجد : $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{11,4-4,8}{2} = \frac{6,6}{2} = 3,3$.

ترتيب Q_3 = $\frac{N3}{4} = \frac{40.3}{4} = 30$ ، فئـة الربيـع الثالـث هـي (8 - 12) .

. $Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - (\sum f_1)}{f_{Q_3}}.C = 8 + \frac{30-18}{14}.4 = 8 + 3,4 = 11,4$

بالتعويض في علاقة الانحراف الربيعي نجد : $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{11,4-4,8}{2} = \frac{6,6}{2} = 3,3$.

<u>التمريـن</u>

إذا كانـت لديـك القيـم التاليـة : 16 ، 18 ، 16 ، 20 ، 11 ، 25 ، 14 ، أحسـب كـل مـن :

أ - المـدى العام .

ب - الانحراف الربيعي .