قسم علم الاجتماع السنة الأولى جذع مشترك المادة: الاحصاء الوصفي	الأستاذة: عبلاش أسية الأفواج: 55 - 56

الدرس الخامس: (تابع للدرس السابق)

2 – 2 : قياس الالتواء:

❖ **معامل بيرسون:** تعتبر معامل بيرسون (Person Karl) من أهم مقاييس الالتواء، حيث يأخذ هذا المعامل العلاقة بين الوسيط والوسط الحسابي والمنوال، ونرمز له بالرمز:(Sk_P)،ويمكن حسابه بالمعادلتين التاليتين:

معامل بيرسون الأول	معامل بيرسون الثاني
$sk_{(p1)} = \frac{\bar{X} - MOD}{S}$	$sk_{(p2)} = \frac{3(\bar{X} - Me)}{S}$

ومن عيوبه:

- أنه لا يمكن حسابه في الجداول التكرارية المفتوحة من أحد الطرفين أو من كليهما.
- كما لا يمكن حسابه في حالة المنحنيات شديدة إلتواء وفي هذه الحالة يفضل إلتواء بولي.

❖ **الالتواء المئيني:** ينتج من ترتيب البيانات تصاعديا والمقسمة إلى 100 جزء، ويرمز له بالرمزsk_p. وتعتمد فكرة المئين في قياس الالتواء على مدى قرب المئين، sk_p، والمئين sk_{100-p}، من المئين sk_{50}. ويحسب بالصيغة التالية:

$$sk_p = \frac{p_{90} - 2p_{50} - p_{10}}{p_{90} - p_{10}}$$

❖ **الالتواء الربيعي: معامل يول وكاندال (Kendall - Yule):**

$$sk_{YK} = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - Me + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

يستخدم هذا المعامل في حالة الجداول المفتوحة ، إذا كانت قيمته قريبة من الصفر يعني ذلك أن التوزيع قريبا من التناظر، أما الاشارة فهي عبارة عن اتجاه الالتواء أي نحو اليمين أو اليسار. (في بعض الكتب نجد يول يكتب باسم بولي Poly)

إذا كان :

➢ $Sk = 0 \Leftarrow$ فإن منحنى التوزيع التكراري متماثل

➢ $SK > 0$ ⟸ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي إلى اليمين، نسميه التوزيع موجب الالتواء.

➢ $SK < 0$ ⟸ فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي إلى اليسار، نسميه التوزيع سالب الالتو

❖ **معامل الالتواء فيشر:** وتم اختيار العزم المركزي من الرتبة الثالثة لقياس الالتواء، لأن قيمته تساوي (0) في حالة التوزيع المتناظر، أما بالنسبة للحالات الممكنة لهذا المعامل فإنها نفس الحالات الثلاثة لمعامل فيشر، وهذا المعامل يقيس درجة إلتواء شكل التوزيع الاحصائي ويعتمد على قيمة العزم المركزي، ويستخدم هذا المعامل في حالة ما إذا كان التوزيع وحيد المنوال، وتدل الاشارة على اتجاه التوزيع، وقانونه يكتب بالصيغة التالية:

$$SK_{F1} = \frac{M_3}{S^3}$$

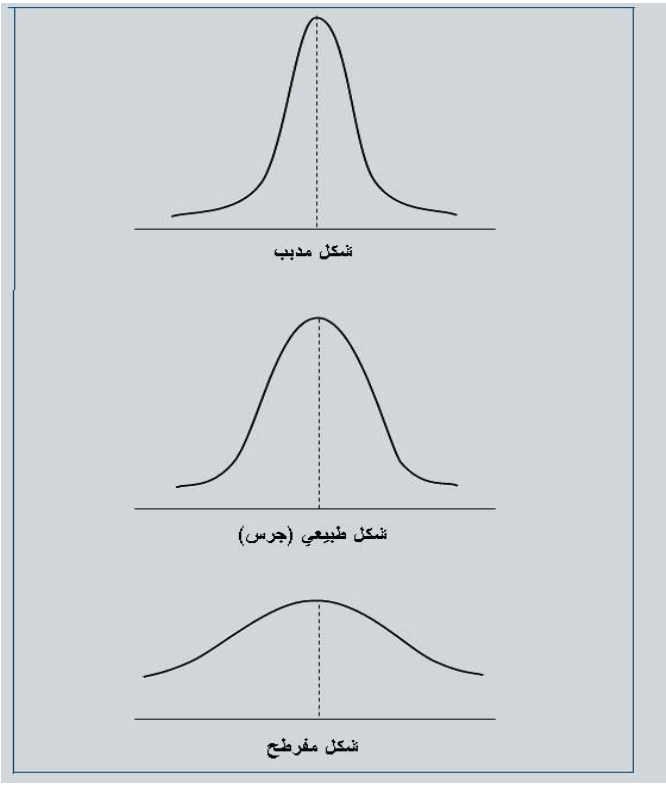
أو يعطى بالمعادلة التالية:

$$SK_{F1} = \frac{M_4}{(M_2)^2}$$

3- معامل التفرطح والتدبب:

3-1: التفلطح (الانبساط) والتدبب: معناه قياس درجة علو أو انخفاض قمة التوزيع مقارنة بمنحنى التوزيع الطبيعي. وتكون قيمة معامل التفرطح، كما يلي:

1. إذا كان معامل التفرطح = 3 ، حينها يكون منحنى التوزيع معتدل, التوزيع متماثل القمة
2. إذا كان معامل التفرطح > 3، حينها يكون منحني التوزيع مفرطح, التوزيع مفرطح
3. إذا كان معامل التفرطح < 3، حينها يكون منحنى التوزيع مدبب, التوزيع مدبب القمة



2- 2: قياس التفرطح: تستعمل هذه المقاييس في حالة توزيعات متناظرة، وذلك لتحديد مدى تطاولها أو تفرطحها، مقارنة مع التوزيع الطبيعي، حيث يعتمد كل من فيشر وبيرسون على العزم المركزي من الرتبة الرابعة، لماذا؟ لأن العزم الرابع من الرتبة الرابعة يساوي (3) في حالة توزيع الطبيعي، أي توزيع على شكل جرسي.

1: معامل بيرسون: ويحسب بالصيغة التالية:

$$C_P = \frac{m_4}{S^4}$$

2: فيشر(Fisher)- معامل التفرطح العزمي- : وهو عبارة معامل بيرسون مطروح منه 3، وهو ويرمز له بالرمز Sk_F ، وتكتب علاقته بالشكل التالي:

$$C_{F2} = Sk_P - 3$$

يعتبر المنحني المعتدل (متوسط التفرطح) معيارا لتحديد طبيعة التفرطح، وقد وجد عمليا أن قيمة معامل تفرطح التوزيع المتماثل يساوي (3)، ومنه يكون الرقم (3) هو أساسا للتفرقة بين المنحنيات من حيث التدبب والتفرطح، إذا كان معامل فيشر موجبا دل ذلك أن التوزيع أقل تفرطحا من التوزيع الطبيعي، وإذا كان سالبا دل ذلك على أن التوزيع أكثر تفرطحا أي مدبب اكثر من التوزيع الطبيعي.

2: معامل كليلي: ويحسب بالصيغة التالية:

$$C_k = \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1}$$

3 : معامل التفرطح المئيني:

$$C_p = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{p_{90} - p_{10}}\right) \times \frac{1}{2}$$

أو

$$C_p = \left(\frac{p_{75} - p_{25}}{p_{90} - p_{10}}\right) \times \frac{1}{2}$$

تمرين شامل: البيانات التالية تمثل توزيع 50 عامل حسب فئات الأجر اليومي

الاجور X	عدد العمال	مركز الفئة	(x. f)	$(x^2 \times f)$	F↑	$f(c - \bar{X})^2$	$(c - \bar{X})^3$	$f(c - \bar{X})^3$	$f(c - \bar{X})^4$

	F	C							
−10	3	15	45	675	3	2557,92	−24897,08	−74691,264	2180984,9088
−20	6	25	150	3750	9	2211,84	−7077,888	−24267,328	815372,6976
−30	10	35	350	12250	19	846,4	−778,688	−7786,88	71639,296
−40	15	45	675	30375	34	9,6	0,512	7,68	6,144
−50	8	55	440	24200	42	933,12	1259,712	10077,696	108839,1168
−60	5	65	325	21125	47	2163,2	8998,912	44994,56	935886,848
70-80	3	75	225	16875	50	2845,92	26463,592	79390,776	2699753,5488
∑	50	/	2210	109250	/	11568	/	27725,24	6812482,56

المطلوب:

- حساب الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال؟
- أوجد الانحراف المعياري والتباين؟
- إيجاد قيم معامل الإلتواء بجميع الطرق؟
- ومعامل التفرطح بجميع الطرق؟

الحل:

1- **الوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(x \cdot f)}{\Sigma f} = \frac{2210}{50} = 44,2$$

2- **التباين:**

$$s^2 = \frac{\Sigma f(x - \bar{X})^2}{\Sigma F} = \frac{11568}{50} = 231,36$$

3- **الانحراف المعياري:**

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma F(x - \bar{X})^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{11568}{50}} = \sqrt{231,36} = 15,21$$

4- **الوسيط :**

ترتيب الوسيط: $\frac{\Sigma}{2} = \frac{}{2} = 25$

الفئة الوسيطية: $]50 - 40]$

$$me = D + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_1}{f_2} \times L = 40 + \frac{25 - 19}{15} \times 10 = 44$$

5- **المنوال:**

الفئة الاكثر تكرارا هي الفئة $[40 - 50[$ وعدد تكرارها 15.

$$\Delta_1 = 15 - 10 = 5$$

$$\Delta_2 = 15 - 8 = 7$$

$$mod = L_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times c = 40 + \frac{5}{5 + 7} \times 10 = 44,16$$

5 – **دراسة التماثل والالتواء:**

- **إلتواء بيرسون:**

$$sk_{(p1)} = \frac{\bar{X} - MOD}{S} = \frac{44,2 - 44,16}{15,21} = 0,002$$

$$sk_{(p2)} = \frac{3(\bar{X} - Me)}{S} = \frac{3(44,2 - 44)}{15,21} = 0,04$$

التوزيع موجب الالتواء، إذن منحنى التوزيع التكراري ملتو إلى اليمين.

- **التواء الربيعي -إلتواء بولي وكاندال:** حساب كل من Q1 ، Q3

ايجاد رتبة الربيعين:

ترتيب الربيع الأول: Q_1	نرتيب الربيع الثالث: Q_3
$Q_1 = \frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$	$Q_3 = \frac{3(50)}{4} = 37,5$

حساب الربيع الأول: $]40 - 30]$

$$Q_1 = 30 + \frac{12,5 - 9}{19 - 9} \times 10 = 33,5$$

حساب الربيع الثالث: $]60 - 50]$

$$Q_3 = 50 + \frac{37,5 - 34}{42 - 34} \times 10 = 54,375$$

نقوم بتطبيق قانون بولي فنحصل على:

$$sk_B = \frac{Q_3 - 2Me + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{54,375 - 2(44) + 33,5}{54,375 - 33,5} = -0,005$$

التوزيع ملتو التواء سالب.

التوزيع ملتو إلتواء سالب .

- الالتواء العزمي (معامل فيشر):

حساب العزم الثالث حول الوسط الحسابي:

$$M_3 = \frac{\sum f(C_i - \bar{X})^r}{\sum F} = \frac{27725,24}{50} = 554,50$$

نطبق القانون:

$$Sk_M = \frac{m_3}{S^3} = \frac{554,50}{(15,21)^3} = \frac{554,50}{3518,74} = 0,15$$

التوزيع ملتو إلتواء موجب,

- التواء المئيني: نحسب المئين 20، والمئين 80.

حساب موقع المئين 90	حساب موقع المئين50	حساب موقع المئين 10
$p_{90} = \frac{90(50)}{100} = 45$	$p_{50} = \frac{50(50)}{100} = 25$	$p_{10} = \frac{10(50)}{100} = 5$

حساب المئين 90: $]80 - 60[$

$$p_{90} = 60 + \frac{45 - 42}{47 - 42} \times 10 = 66$$

حساب المئين 50: $]50 - 40[$

$$p_{50} = 40 + \frac{25 - 19}{34 - 19} \times 10 = 44$$

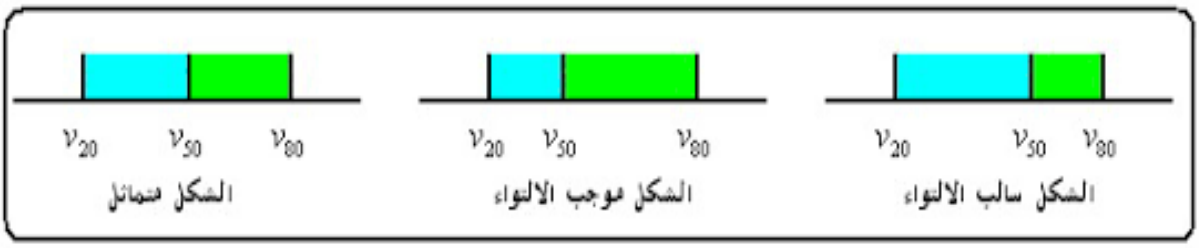
حساب المئين 10: $]30 \ - \ 20]$

$$p_{10} = 20 + \frac{5 \ - 3}{9 \ - 3} \times 10 = 23,33$$

نطبق القانون:

$$sk_p = \frac{p_{90} \ - 2p_{50} + p_{10}}{p_{90} - p_{10}} = \frac{66 - 2(44) + 23,33}{66 - 23,33} = \frac{1,33}{42,67} = 0,03$$

التوزيع ملتو إلتواء موجب، كما هو موضح في الشكل



6– دراسة التفلطح:

معامل بيرسون:

$$\mathrm{SK}_P = \frac{\mathrm{m_4}}{\mathrm{S^4}} = \frac{\mathrm{f(c - \bar{X})^4}}{\sqrt{S^2}^4} = \frac{6812482,56}{(15,21)^4} = \frac{6812482,56}{53520,09} = 127,28$$

معامل التفرطح: $127,28 > 3$، إذن منحني التوزيع مفرطح,

- معامل فيشر:

$$F_2 = \mathrm{SK_p} \ - 3 = 127,28 - 3 = 124,28$$

معامل التفرطح: $124,28 > 3$، إذن منحني التوزيع مفرطح

- معامل كليلي:

أيجاد موقع العشر التاسع والأول:

رتبة العشير الأول	رتبة العشير التاسع
$D_1 = \frac{N}{10} = \frac{50}{10} = 5$	$D_9 = \frac{9(N)}{10} = \frac{450}{10} = 45$

حساب العشير الاول: $]20 - 30[$

$$D_1 = 20 + \frac{5 - 3}{9 - 3} \times 10 = 23,33$$

حساب العشير التاسع: $]60 - 80[$

$$D_9 = 60 + \frac{45 - 42}{47 - 42} \times 10 = 66$$

نطبق القانون:

$$C_k = \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1} = \frac{54,375 - 33,5}{66 - 23,33} = \frac{20,875}{42,67} = 0,48$$

معامل التفرطح $0,48 < 3$، إذن يكون منحنى التوزيع مدبب.

- **معامل التفرطح المئيني:**

$$C_p = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{p_{90} - p_{10}}\right) \times \frac{1}{2} = \left(\frac{54,375 - 33,5}{66 - 23,33}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{20,875}{42,67} \times \frac{1}{2} = \frac{20,875}{85,34} = 0,24$$

معامل التفرطح $0,24 < 3$، إذن يكون منحنى التوزيع مدبب.

<u>الوظيفة المنزلية رقم 3:</u>

يمثل الجدول التالي توزيع تكراري لأوزان عينة من الدواجن بالغرام، وحجمها 100 أختيرت من أحد المزارع بعد 45 يوم:

الوزن	-600	-620	-640	-660	-680	700-720	$\sum$
عدد الدجاج	10	15	20	25	20	10	100

المطلوب:

- **أحسب العزوم حول الصفر للبيانات التالية؟**
- **ثم أحسب العزوم حول الوسط الحسابي؟**
- **أحسب الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال؟**

- **ثم حدد طبيعة العلاقة بين المتوسطات؟**
- **أوجد الانحراف المعياري والتباين؟**
- **ثم أوجد قيم معامل إلاتواء بجميع الطرق؟**
- **ومعامل التفرطح بجميع الطرق؟**