المقياس : الإحصاء الوصفي

الاستاذة : سماش راضية

الأفواج: 35-36

السلام عليكم : طلبتي الأعزاء اشتقت لكم كثيرا ارجوا أن يكون الجميع بخير وسلامة عفانا الله وإياكم من هذا الوباء. نظرا لهذه الظروف العالمية سنواصل دروسنا ع ن بعد ، اعلم أن هذه التجربة جديدة عليكم و علينا أيضا ولكن يجب أن نواصل التعلم تحت أي ظرف ، وسأحاول جاهدة تبسيط و إيضاح المحتوى المتبقي خطوة بخطوة ،سأرشدكم إلى تسجيلات فيديو –ان وجدت – لتسهل الفهم،كما يمكن أن نتواصل عبر المسنجر خاصتكم.لذا عليكم بذل جهد للفهم لان التقييم سيكون من هذا المحتوى ، فقط اقرأ جيدا المحتوى ثم أنجز التمرين المرفق كما اعتدنا العمل .

كان أخر درس تطرقنا إليه هو مقياس المتوسط الحسابي و قد تعرضنا للجزء الأول منه المتعلق بكيفية حسابه للبيانات الغير مبوبة وهو مكتوب لديكم ، و الآن سنواصل الجزء الثاني المتعلق بكيفية حسابه للبيانات المبوبة وهو أخر جزء في المحور الثاني مقاييس النزعة المركزية .

محور: مقاييس النزعة المركزية

الدرس الأول عن بعد

الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

قلنا ان المتوسط الحسابي هو أهم مقاييس النزعة المركزية لأنه يمثل القيمة التي تتمركز حولها جميع القيم المدروسة وحتى نقوم بحسابه للبيانات المبوبة (التي توجد في جداول بفئات) نتبع الخطوات التالية:

- 1 نستخرج مراكز الفئات CI(للتذكير مركز الفئة يساوي الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى قسمة اثنان)
- 2 نقوم بضرب كل مركز فئة CIبالتكرار المقابل له ni
- 3المتوسط الحسابي يساوي مجموع الكلي لضرب كل مركز فئة في تكرارها ci.niكما نجدها أيضا بهذه الصيغة (xi.ni) قسمة مجموع التكرارت(N)

وهذه هي العلاقة :

$$\bar{x} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + \cdots x_nn_n}{N} = \frac{\sum n_ix_i}{N}$$

حيث ان: xi هي ci(مركز الفئة)

و ni هي التكرار

و N مجموع التكرارات

مثال: الجدول التالي يعرض توزيع أوزان مجموعة من التلاميذ .

فئات الوزن	34–32	36–34	38–36	40–38	42–40	44–42
عدد التلاميذ	04	07	13	10	05	01

– إيجاد المتوسط الحسابي ؟

الحل:

– حساب مراكز الفئات.

– ضرب مركز كل فئة في التكرار المناظر لها .

– حساب مجموع التكرارات في مراكز الفئات و الجدول التالي يلخص هذه الخطوات .

فئات الوزن	التكرارات i	مراكز الفئاتx_i	$n_i\, x_i$
34–32	4	33 = 2 ÷ (34+32)	132
36–34	7	35	245
38–36	13	37	481
40–38	10	39	390
42–40	05	41	205
44–42	01	43	43
المجموع	40	/	1496

$$\overline{x} = \frac{\sum n_i\, x_i}{N} = \frac{1496}{40} = 37.4\ kg$$

ملاحظة :CI مركز الفئة يرمز له أيضا ب XI

تمرين:

الجدول الإحصائي التالي يبيّن توزيع عمال مؤسسة ما حسب أجورهم الشهرية (الوحدة: 10^3 دج).

الجدول رقم (3–03): توزيع العمال حسب أجورهم الشهرية

الأجر X_i	]20 – 10]	]30 – 20]	]40 – 30]	]50 – 40]	]60 – 50]	]70 – 60]
عدد العمال n_i	18	30	25	17	12	8

المطلوب: إيجاد متوسط الأجر الشهري للعمال ؟

حاولوا حل التمرين فرديا او جماعيا عبر المجموعة

بهذا الدرس ننهي مقاييس النزعة المركزية

المحور الثاني :

مقايـــــــيس التـــــــــــــــــشتـــــــــــــــت

I–معنى التشتت:

تشتت بيانات ظاهرة ما يقصد به درجة أو مقدار التفاوت أو الاختلاف بين مفردات هذه الظاهرة، وتعتبر بيانات الظاهرة متجانسة عندما تكون قيمها قريبة من بعضها البعض ونقول في هذه الحالة أنها غير مشتتة، أما إذا كانت بيانات الظاهرة متباعدة وغير متجانسة فنقول أن مفردات (قيم) الظاهرة مشتتة وغير مركزة.

مقاييس التشتت هي عبارة عن مقاييس إحصائية هدفها قياس مدى تشتت و تباعد البيانات عن بعضها البعض، وتكمن أهميتها في كون أنه لا يمكن أن نتصور مثلا تساوي الإنتاج في جميع المؤسسات الصناعية أو تساوي مستوى الخدمات في جميع المصلحات الخدماتية أو تساوي جميع أطوال الأشخاص...إلخ، وبالتالي فإن استخدام قيمة واحدة لوصف التوزيع التكراري قد تكون مضللة أحيانا.

مثلا: إذا كانت لدينا السلسلتان الإحصائيتان التاليتان:

السلسلة الأولى:	0	14	7
السلسلة الثانية:	7	6	8

إن المتوسط الحسابي لكل من السلسلتين هو 7، فإذا اكتفينا بهذا المقياس فإننا نقرر بأن المجموعتين متشابهتين، ولكن في الحقيقة إن قيم السلسلة الأولى أكثر تباعد من قيم السلسلة الثانية، وهنا يأتي دور مقاييس التشتت أو الاختلاف لتضيف هذه الناحية في البيانات الإحصائية.

مقاييس التشتت: اولا- المدى العام: ويرمز له ب R

II–1– المدى العام:

يستخدم هذا المقياس عندما يكون الهدف هو الحصول على مقياس سريع لمدى تشتت القيم دون الاهتمام الكبير بالدقة في القياس أو حين ما يكون للمفردات (القيم) المتطرفة أهمية خاصة.

المدى لمجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة لها ويرمز له بالرمز R ، وهو معطى بالعلاقة التالية:

المدى العام = أكبر قيمة – أصغر قيمة $R = X_{max} - X_{min}$

حالة خاصة: المدى العام في حالة توزيع تكراري بفئات يحسب بعدة طرق:

المدى العام = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى $R = C_k - C_1$

المدى العام = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى $R = U_k - L_1$

مثال: لدينا المجموعتين التاليتين من البيانات احسب المدى العام R :

المجموعة 1: 50-52-56-58-62

المجموعة 2: 50-62-55-70-98

الحل:

المدى = اكبر قيمة- اصغر قيمة

المدى للمجموعة 1: 62-50=12

المدى للمجموعة 2: 98-50=48

ومنه ف المجموعة 2 أكثر تشتتا من المجموعة 1 لأنه كلما كبرت قيمة المدى كان التشتت و التباعد كبير بين البيانات.

ويحسب في حالة بيانات مبوبة بعدة طرق منها ما يلي:

المدى العام = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى $R = U_k - L_1$

فئات الوزن	التكرارات n_i
34–32	4
36–34	7
38–36	13
40–38	10
42–40	05
44–42	01
المجموع	40

R12=32-44=

تمرين:احسب المدى للبيانات التالية ووضح ايها اكثر تشتت؟

أ- 10-11-13-48-25-21

ب- 32-25-40-18-12-14

- **خواص المدى العام:**
- بسيط الحساب وسهل الفهم ويعتمد في حسابه على قيمتين فقط؛
- شديد التأثر بالقيم المتطرفة.
- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

ثانيا: التباين Variance:

فكرة التباين تعتمد على تشتت أو تباعد البيانات عن متوسطه الحسابي. فالتباين يكون كبيرا إذا كانت البيانات متباعدة عن متوسطها والعكس بالعكس ويرمز له بالرمز S^2.

يحسب التباين للبيانات المبوبة وغير المبوبة.

1- حساب التباين للبيانات غير المبوبة:

يحسب وفق العلاقة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{n-1}$$

حيث أننا سنقوم :

- بحساب المتوسط الحسابي (للتذكير هو مجموع كل القيم قسمة عددها)
- نقوم بطرح المتوسط الحسابي من كل قيمة xi
- تربع نتيجة الطرح لكل قيمة
- ثم نقسم مجموع تربيع كل القيم على المقام الذي هو عدد القيم n-1(نقصد بعدد القيم كم من قيم لدينا أي نعدها)

مثال: اوجد التباين للقيم التالية: 2-3-5-6-9

الحل:

- أولا : نحسب المتوسط الحسابي الذي هو مجموع كل القيم قسمة عددها : اي 2+3+ 5+6+9/5 =5
- ثانيا: نطرح كل قيمة xiمن المتوسط الحسابي 5 اي (5-2) (5-3)...(5-9) ستتحصلون على قيم سالبة وموجبة
- ثالثا: نربع النتائج المتحصل عليها ثم نجمعها نتحصل على البسط.
- الجدول التالي يلخص ذلك:

$\sum$	9	6	5	3	2	X_i
30	16	1	0	4	9	$(x_i - \overline{X})^2$

وعليه فإن التباين لهذه البيانات هو: $S^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{n-1} = \frac{30}{4} = 7,5$

ملاحظة :nهو عدد القيم لدينا 5 قيم نطرح منها فقط 1 =4

2- <u>حساب التباين للبيانات المبوبة:</u> لحساب التباين للبيانات المبوبة علينا دائما ان نحسب أولا مراكز الفئات ci (للتذكير ci تساوي الحد الادني + الحد الاعلى للفئة / 2).
حيث أن مركز الفئة هو xiفي العلاقة التالية:
و يحسب وفق العلاقة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^2 n_i}{n-1}$$

مثال: البيانات التالية تمثل أجور عمال مؤسسة ما .المطلوب احسب تباين أجور العمال.

الأجر X_i	$]20-10]$	$]30-20]$	$]40-30]$	$]50-40]$	$]60-50]$	$]70-60]$
عدد العمال n_i	**18**	**30**	**25**	**17**	**12**	**8**

الحل:

لحل التمرين نتبع الخطوات التالية:

1- تحسب مراكز الفئات ciأو xi (10+20/2=15)(20+30/2=25)....

2- نحسب المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة (ارجع إلى درس المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة)، حيث يتم حسابه وفق العلاقة التالية: $\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$

ومنه فنحن بحاجة لضرب كل تكرار في مركز فئته والمجموع نقوم بقسمته على مجموع كل التكرارات حتى تحصل على المتوسط الحسابي.

3- نقوم بطرح كل مركز فئة من المتوسط الحسابي الذي تحصلنا عليه.

4- نربع ناتج كل طرح ونضربه في تكرار الفئة ni القابل له.

5- نجمع كل ناتج التربيع نقسمه على مجموع التكرارات N -1 لتكون النتيجة هي التباين المطلوب S^2.

الجدول رقم (4–03): يوضح كيفية حساب التباين

فئات الأجر X_i	التكرار n_i	مركز الفئة x_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	$(x_i-\overline{X})$	$(x_i-\overline{X})^2 n_i$
$]20-10]$	18	15	270	4.050	$-19,9$	7128,18
$]30-20]$	30	25	750	18.750	$-9,9$	2940,3
$]40-30]$	25	35	875	30.625	0,1	0,25
$]50-40]$	17	45	765	34.425	10,1	1734,17
$]60-50]$	12	55	660	36.300	20,1	4848,12
$]70-60]$	8	65	520	33.800	30,1	7248,08
$\sum$	110	–	3840	157.950	–	23899,1

:

1- حساب المتوسط الحسابي: $\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$ أي 3840/110= 34.91

2- حساب التباين بتطبيق العلاقة السابقة:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i-\overline{X})^2 n_i}{n-1} = \frac{23899,1}{109} = 219,26$$

ملاحظة: تجاهلو العمود الخامس من الجدول فهو لطريقة تم حذفها من المحتوى.

و بهذه الطريقة نكون قد حسبنا تباين أجور العمال لهذه المؤسسة وهو يقدر ب 219.26

ثالثا: الانحراف المعياري:

إن التباين من أهم وأفضل مقاييس التشتت ولكنه يقاس بوحدة البيانات الأصلية المربعة. وفي كثير من الأحيان نرغب في استخدام مقياس للتشتت يقاس بوحدة البيانات الأصلية ويتمتع بخصائص إحصائية جيدة مثل التباين. وأحد هذه المقاييس هو الانحراف المعياري. ويعرف الانحراف المعياري على أنه الجذر التربيعي للتباين ويرمز له بالرمز S.

$$S = \sqrt{S^2}$$

أي أننا من اجل حساب الانحراف المعياري لابد من حساب التباين أولا لان جذر التباين هو الانحراف المعياري.

مثال: احسب الانحراف المعياري S لبيانات الجدول السابق لأجور العمال.

الحل: لقد قمنا بحساب التباين في المثال السابق وتحصلنا على 219.26 =S^2

ومنه فالانحراف المعياري يساوي:

- حساب الانحراف المعياري: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{219,26} = 14,81$

❖ **خواص الانحراف المعياري:**

- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛
- يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- قابل للعمليات الجبرية لذلك فهو كثير الاستخدام في القوانين والنظريات الإحصائية؛
- يأخذ نفس وحدة القياس للمتغير الأصلي؛
- يمكن الاعتماد عليه للمقارنة بين تشتت توزيعين إحصائيين من نفس النوعية ولهما نفس المتوسط الحسابي.

سنكتفي بهذا القدر من مقاييس التشتت لذا عليك عزيزي الطالب بما يلي:

- ان تدرس المحتوى خطوة بخطوة بتركيز.
- أن لا تنتقل الى الخطوة الموالية حتى تتقن الخطوة السابقة.
- المحتوى هو جد بسيط عليك فقط التركيز.

كل التوفيق أتمناه للجميع وفيما يلي تمارين لتثبيت المعلومات .

التمريـــن الأول: لتكن السلسلتان الإحصائيتان التاليتان A ، B على التوالي :

A : 05 ,18, 10, 15, 03 , 07 , 06, 12 .

B : 18,09 , 08, 09 , 08 , 08 , 03 , 09.

1–حدد الوسيط و المنوال لهاتين السلسلتين؟

2– هل يمكن استعمال المدى العام للمقارنة بين السلسلتين؟

التمريـــن الثاني : الجدول التالي يوضح توزيع الدرجات التي حصل عليها **208** طالب في امتحـــان الإحصاء

— العلامة من **20** – .

الفئات	08 – 10	10 - 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18	18 – 20
التكرارات	24	40	48	72	60	36

– أحسب قيمة الوسط الحسابي و الانحراف المعياري ؟