قسم علم الاجتماع
السنة الأولى جذع مشترك
الاستاذة: عبلاش أسية

المادة: الاحصاء الوصفي
الأفواج: 55 - 56

الدرس الثامن:

2 - معامل الاقتران ومعامل التوافق

- **مقدمة:** **لقد سبق وأن أشرنا إلى أن معامل بيرسون الذي يعطي لنا قوة الارتباط في حالة البيانات الكمية، ومعامل ارتباط سبيرمان الذي يستخدم لإيجاد قوة ارتباط للرتب في حالة البيانات الكمية الوصفية التي لها صفة الترتيب، لكن قد تكون هناك بيانات وصفية لكنها غير مرتبة مثل: لون البشرة أو الجنسية،,,,,,، ولكي نقيس قوة الارتباط لهذه البيانات لزم البحث عن مقياس مناسب لقياس الارتباط بين هذه الصفات، ومن بين هذه المقاييس معامل الاقتران الذي يستخدم عندما تكون لكل من الظاهرتين صفتين فقط، أما معامل التوافق فهي تستخدم في حالة لكل من الظاهرتين أو إحداهما على الأقل لها أكثر من صفتين.**

- **معامل الاقتران:**

يستخدم معامل الاقتران لقياس قوة الارتباط بين ظاهرتين كل منهما ذات صفتين فقط، ويرمز لها بالرمز **(CC)** ، مثل: دراسة علاقة الارتباط بين التعليم والتدخين، كما هو مبين في الجدول التالي:

التدخين / التعليم	يدخن	لا يدخن
متعلم	A	B
غير متعلم	C	D

فيصاغ قانون معامل الاقتران كما يلي:

$$CC = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

مثال:

أراد أحد الباحثين دراسة العلاقة بين التعليم بالتدخين في إحدى الشركات، فأخذ منها عينة مكونة من 17 شخصا، وكانت النتائج كما هي مدونة في الجدول التالي:

المطلوب: أحسب معامل الاقتران بين التعليم والتدخين ؟

التدخين / التعليم	يدخن A	لا يدخن B
متعلم C	5	5
غير متعلم D	3	4

نطبق قانون معامل الاقتران يلي:

$$CC = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

$$CC = \frac{(5 \times 4) - (5 \times 3)}{(5 \times 4) + (5 \times 3)} = 0{,}14$$

هو ارتباط طردي ضعيف جدا.

- **معامل التوافق:**

يستخدم في حالة ما إذا كانت البيانات عبارة عن بيانات وصفية لكل منهما أو إحداهما على الأقل مقسمة إلى أكثر من صفتين، هنا لا يصلح استخدام مقياس الاقتران، بل نلجأ إلى استخدام مقياس آخر وهو معامل التوافق، ونرمز له بالرمز C ، ولحساب معامل التوافق نفترض أن لدينا ظاهرة x لها n من الصفات، والظاهرة y والتي لها s من الصفات، كما هي مبينة في الجدول التالي:

الصفة x / الصفة y	x_1	x_2	.....	x_n	المجموع
y_1	f_{11}	f_{12}		f_{1n}	f_1
y_2	f_{21}	f_{22}		f_{2n}	f_2
.....					
y_s	f_{s1}	f_{s2}		f_{sn}	f_s
المجموع	f_1	f_2		f_n	F

يحسب معامل التوافق C بالعلاقة التالية:

$$c = \sqrt{\frac{\beta - 1}{\beta}}$$

لكي نطبق هذا القانون لابد من بحساب قيمة β أولا بالقانون التالي:

$$\beta = \frac{(f_{11})^2}{f_1 \times f_1} + \frac{(f_{12})^2}{f_1 \times f_2} + \cdots + \frac{(f_{1s})^2}{f_s \times f_n}$$

مثال:

يمثل الجدول التالي العلاقة بين رائحة ولون الازهار لعينة مكونة من (30) زهرة فتحصلنا على النتائج التالية:

اللون / الرائحة	بدون رائحة	لها رائحة	مجموع
أصفر	6	4	10

أبيض	7	2	9
أحمر	6	5	11
المجموع	19	11	30

المطلوب: أحسب معامل التوافق C بين لون ورائحة الزهور؟

الحل:

أولا: نقوم بحساب β :

$$\beta = \frac{(6)^2}{19 \times 10} + \frac{(7)^2}{19 \times 9} + \frac{(6)^2}{19 \times 11} + \frac{(4)^{\ 2}}{11 \times 10} + \frac{(2)^{\ 2}}{11 \times 9} + \frac{(7)^2}{11 \times 11} = 1{,}05$$

ثانيا : نطبق القانون:

$$c = \sqrt{\frac{1{,}05 - 1}{1{,}05}} = 0{,}22$$

نلاحظ أن قيمة معامل التوافق تبين مقدار قوة الارتباط وهي طردية ضعيفة جدا في هذا المثال.

3 – الانحدار

مقدمة: سبق لنا وأن درسنا العلاقة بين المتغيرين (x،y)، وإيجاد معامل الارتباط بينهما ، وذلك بقياس قوة الارتباط وإيجاد العلاقة بينهما (طردية أو عكسية)، كما هي في معامل بيرسون وسبيرمان، ومدى قوة العلاقة كما في حالة معامل الاقتران والتوافق، والآن سنحاول إيجاد معادلة رياضية تمثل أفضل توفيق لخط مستقيم يعبر عن البيانات بشكلها الخطي، والغرض من وضع هذه المعادلة هو التنبؤ بقيمة المتغير التابع لقيمة محددة من قيم المتغير المستقل، وتسمى العلاقة بين المتغير المستقل والتابع بمعادلة خط الانحدار البسيط، وبالتالي إذا كان x متغيرا مستقلا و y متغيرا تابع له، فإن المعادلة التي محصل عليها تسمى معادلة خط إنحدار y على x ، وتكتب بالصيغة التالية :

$$y = a + bx$$

بحيث:

a: ثابت الانحدار (الجزء المقطوع من محور Y) ويحسب من خلال العلاقة التالية:

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

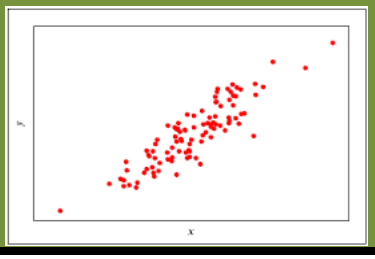
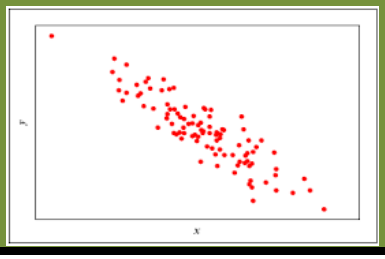
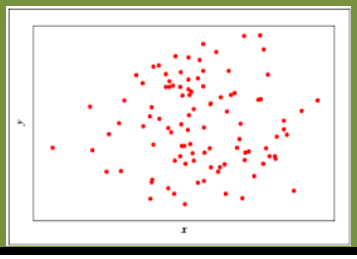
b: هو معامل إنحدار y على a، ويحسب من خلال العلاقة التالية:

$$b = \frac{\Sigma x.y - \frac{(\Sigma x \,.\, \Sigma y)}{n}}{\Sigma x^2 - \frac{(x)^2}{n}}$$

الانحدار الخطي البسيط: وتقتصر دراسة الانحدار الخطي البسيط على العلاقة الخطية بين متغيرين فقط، أما كلمة خطي تعني أن نسبة الزيادة في المتغير المستقل تساوي بالتقريب نسبة الزيادة في المتغير التابع، أما كلمة بسيط فيقصد بها العلاقة بين متغيرين فقط، وتعبر هذه العلاقة عن تطور ظاهرة معينة (اجتماعية، اقتصادية- بيولوجية.....) في مكان معين أو زمن معين، قصد التنبؤ بقيمها مستقبلا بشرط أن تبقى الظروف المحيطة بالظاهرة على حالها، إذ أن هذه الظواهر المختلفة لا تتطور بصفة عفوية أو عشوائية بل هناك مسببات تؤدي بها إلى التغير عبر مراحل وأوضاع مختلفة وهذا حسب قوة التأثير.

أ- الغرض من تحليل الارتباط الخطي البسيط:

- **نوع العلاقة بين المتغير التابع والمستقل:** إن العلاقة التي يمكن أن تكون بين المتغير التابع والمستقل هي إما علاقة خطية أو غير خطية، ويقصد بالعلاقة الخطية أن نسبة تغير المتغير التابع تساوي بالتقريب نسبة تغير المتغير المستقل،
- **قوة أو شكل العلاقة بين المتغير التابع والمستقل:** يمكن أن نميز ثلاث حالات:

علاقة خطية طردية	علاقة خطية عكسية	لا توجد علاقة بين المتغيرين:
الزيادة في المتغير المستقل يؤدي إلى الزيادة في المتغير التابع، والعكس صحيح	الزيادة في المتغير المستقل يؤدي إلى الانخفاض في المتغير التابع، والعكس صحيح	لا وجود للعلاقة، لأن النقاط مبعثرة ولا يوجد إتجاه واضح لها.
		

ب- شروط دراسة العلاقة بين المتغيرين: لدراسة العلاقة بين المتغيرين يجب دراسة الشروط التالية:

1. أن تكون بين الظاهرتين المدروستين علاقة جدية واضحة.
2. أن تكون إحداهما ناتجة والأخرى مسببة.
3. أن تكون الظاهرتين قابلتين للقياس.
4. أن تكون كل القياسات المتحصل عليها متقابلة بالنسبة للزمن والمكان أو كلاهما معا.

مثال:

أوجد معادلة خط انحدار درجات الاحصاء ى درجات الرياضيات (x)، في المثال السابق

الحل:

x	y	$(x.y)$	x^2	y^2
15	13	195	225	169
7	9	63	49	81
17	19	323	289	361
15	15	225	225	125
10	11	110	100	121
9	8	72	81	64
14	16	224	196	256
10	11	110	100	121
97	102	1322	1265	1398

$$b = \frac{\Sigma x.y - \frac{(\Sigma x \,.\, \Sigma y)}{n}}{\Sigma x^2 - \frac{(x)^2}{n}}$$

$$b = \frac{1322 - \frac{(97\,.\,102)}{8}}{1265 - \frac{(97)^2}{8}} = 0,96$$

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x} = \frac{102}{8} - 0,96\left(\frac{97}{8}\right) \Rightarrow a = 1,11$$

أي أن معادلة خط الانحدار (y) على (x) هي:

$$y = 1,11 + 0,96x$$

تمرين منزلي(غير محسوب)

التمرين الأول: في إحدى أماكن مبيعات السيارات كانت المبيعات كالتالي:

عمر السيارات x	3	2	1	1	5	6	3	4
ثمن البيع y	31	44	60	70	18	17	71	29

1. أوجد معامل الارتباط بين عمر السيارات وثمن البيع بالدولار بطريقة بيرسون؟
2. أوجد خط الانحدار y على x؟

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998