قسم علم الاجتماع
السنة الأولى جذع مشترك
الاستاذة: عبلاش أسية

المادة: الاحصاء الوصفي
الأفواج: 55 - 56

الدرس السابع:

العلاقات الاحصائية

1 – الارتباط والانحدار

Regression et correlation

مقدمة: في الدروس السابق تناولنا بعض المقاييس الوصفية، مثل النزعة المركزية، التشتت، الالتواء والتفلطح....، والتي يمكن من خلالها وصف شكل توزيع البيانات التي جمعها عن متغير واحد، والآن ننتقل إلى التعامل مع متغيرين (أحدهما مستقل والأخر تابع) أو أكثر، مع إمكانية التنبؤ بقيم المتغير التابع وفق قيم المتغير المستقل، وذلك باستخدام بعض طرق التحليل الاحصائي مثل تحليل الارتباط والانحدار الخطي البسيط، فإذا كان اهتمام الباحث هو دراسة العلاقة بين متغيرين فإنه يستخدم لذلك تحليل الارتباط، وإذا كان اهتمامه هو دراسة أثر أحد المتغيرين على الآخر فإنه يستخدم اسلوب تحليل الانحدار، ومن الامثلة على ذلك:

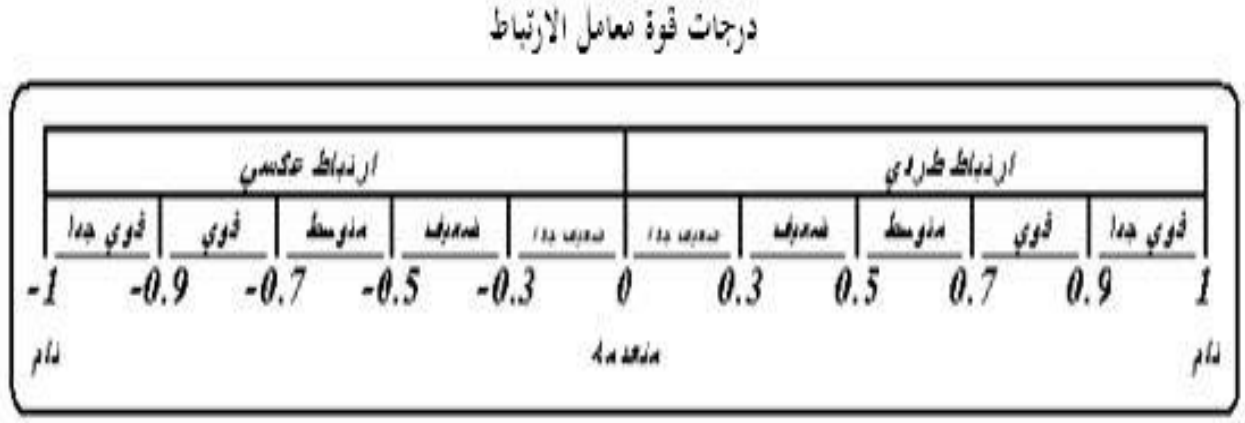
- **الانفاق، والدخل العائلي.**
- **سعر السلعة، والكمية المطلوبة.**
- **وزن الجسم وضغط الدم**
- **التدخين، وسرطان الرئة**

1 - الارتباط

- **الارتباط: عبارة عن مقياس كمي نسبي يقيس قوة العلاقة (الارتباط) بين متغيرين، وهو أحد أنواع العلاقات بين المتغير التابع والمتغير المستقل، وتتحدد بعض مشاهدات المتغير التابع في ضوء المتغير المستقل، بحيث: X هو المتغير المستقل، Y هو المتغير التابع. وقد يتبعه إما في نفس الاتجاه فيكون الارتباط طردي (مثل علاقة الصادرات بالميزان التجاري)، أو إتجاه مضاد فيكون الارتباط عكسي (مثل علاقة الواردات بالميزان التجاري)، أو أن يكون المتغيرين مستقلين تماما عندما ينعدم الارتباط (مثل علاقة دخل الفرد بوزنه)، ويرمز له بالرمز: r**

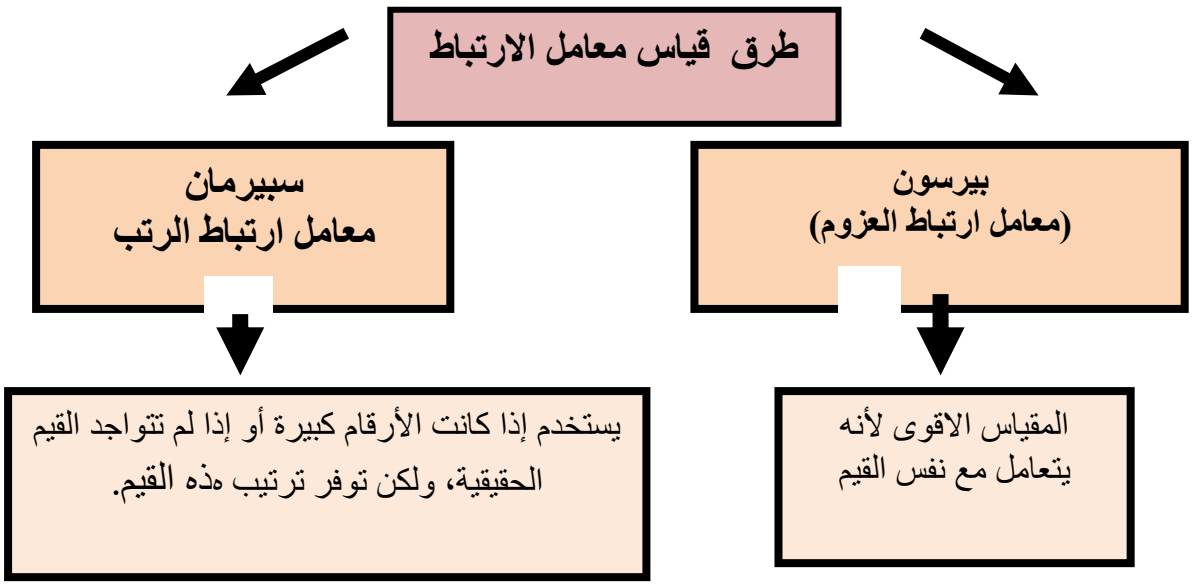
1) **أهمية الارتباط: يستعمل للتنبؤ والتخطيط فيمكن أن يأخذ التغيّر في الظاهرة المستقلة دليلا على التغير في الظاهرة التابعة.**
2) **درجة الارتباط: تقاس بعدد يتراوح مقداره بين (1 – ،1) مرورا بالصفر.**

مقياس درجة الارتباط (معامل الارتباط)	1	0	−1
علاقة الارتباط	ارتباط طردي تام درجة الارتباط =1 (موجب)	لا يوجد ارتباط درجة الارتباط=0	ارتباط عكسي تام درجة الارتباط= −1 (سالب)
قوة درجة الارتباط	قوي طردي بين ($\frac{1}{2}$ و 1)	ضعيف بين ($\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$)	قوي عكسي بين (1 − و $-\frac{1}{2}$)
تزداد قوة			تزداد قوة الارتباط



تقل قوة الارتباط

- **طرق قياس معامل الارتباط وقوته:**



1- **معامل الارتباط الخطي لبيرسون:** يستخدم لقياس التغير الذي يطرأ على المتغير (Y) عندما تتغير قيم (X) أو العكس، ويستخدم عادة في البيانات الكمية، إذا كان لدينا أزواج من المشاهدات التالية: $(y_1 \ ، \ _1)$، $(y_2 \ ، \ x_2)$، $(y_n ، \ x_n)$..... , فإن معامل الارتباط r يعطى لكارل بيرسون يعطى من خلال العلاقة التالية:

$$r_p = \frac{\Sigma(x.y) \frac{(\Sigma x . \Sigma y)}{n}}{\sqrt{\left(\Sigma x^2 . \frac{(\Sigma x)^2}{n}\right)\left(\Sigma y^2 . \frac{(\Sigma y)^2}{n}\right)}}$$

فيكون للارتباط الخصائص التالية:

1. $(r = 0)$ ، عندما تكون الظاهرتان مستقلتان تماما.
2. $(r > 0)$ موجبة، عندما يكون الارتباط بين متغيرين طرديا ويكون قويا عندما يكون المقدار قريبا من (1) وضعيفا عندما يكون المقدار قريبا من (0),
3. $(r < 0)$ سالبة، عندما يكون الارتباط بين متغيرين عكسيا ويكون قويا عندما يكون المقدار قريبا من (-1) وضعيفا عندما يكون المقدار قريبا من (0),

مثال: الجدول التالي مثل درجات عينة من الطلاب مكونّة من 8 طلاب في كل من مادتي الرياضيات والاحصاء في إحدى الامتحانات، والمطلوب حساب درجة الارتباط، ثم بين نوعه ومدى قوته؟

الاحصاء x	13	9	19	15	11	8	16	11
الرياضياتy	15	7	17	15	10	9	14	10

الحل: لتبسيط البيانات بالجدول نطرح من قيم x وy مقدارا ثابتا ليكن مثلا: 10.

الاحصاء x	الرياضياتy	$x - 10$	$y - 10$	$(x . y)$	x^2	y^2
13	15	3	5	15	9	25
9	7	-1	-3	3	1	9
19	17	9	7	63	81	49
15	15	5	5	25	25	25
11	10	1	0	0	1	0
8	9	-2	-1	2	4	1
16	14	6	4	24	36	16
11	10	1	0	0	1	0
102	79	22	17	132	158	125

$$r_p = \frac{\Sigma(x.y) \frac{(\Sigma x . \Sigma y)}{n}}{\sqrt{\left(\Sigma x^2 . \frac{(\Sigma x)^2}{n}\right)\left(\Sigma y^2 . \frac{(\Sigma y)^2}{n}\right)}} = \frac{132 - \frac{(22 \times 17)}{8}}{\sqrt{\left(158 - \frac{(22)^2}{8}\right) \times (125) - \frac{(17)^2}{8}}} = 0,93$$

أي يوجد ارتباط طردي بين درجات تحصيل الطلاب في المادتين. وهو (قوي جدا).

2- **معامل إرتباط الرتب لسبيرمان:** يستخدم لقياس مقدار قوة الارتباط بين متغيرين كيفيينعلى صورة بيانات وصفية يمكن وضعها في صورة ترتيبية، مثل تقديرات الطلاب و حالة الاجتماعية،....، فيتعذر علينا استخدام معامل بيرسون لذا نلجأ إلى تطبيق معامل سبيرمان الذي يعطي مقياس الارتباط للبيانات الوصفية والكمية التي لها صفة الترتيب، وهذا المعامل يقترب من معامل بيرسون لكن يتميز عنه بالسهولة والدقة خاصة عندما تكون أزواج القيم أقل من 15، ويعطى معاما سبيرمان للرتب بالعلاقة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\,(\sum d)^2}{n\,(n^2-1)}$$

مثال: أوجد معامل ارتباط الرتب لتقديرات الطلاب في كل من مادتي الرياضيات والإحصاء، معتمدا على البيانات الموضحة في الجدول التالي:

الرياضيات x	A	C	C	C	B	D
الاحصاء y	B	B	D	C	A	E

الحل:

ترتيب	1	2	3	4	5	6
رياضيات	A	B	C	C	C	D
رتبة x	1	2	$\frac{3+4+5}{3} = \frac{12}{3} = 4$			6
احصاء	A	B	B	C	D	E
رتبة y	1	$\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$		4	5	6

x	y	رتبة $x =$	رتبة $\beta =$	$d = \alpha - \beta$	d^2
A	B	1	2,5	$-1,5$	2,25
C	B	4	2,5	1 ,5	2,25
C	D	4	5	-1	1
C	C	4	4	0	0
B	A	2	1	1	1
D	E	6	6	0	0
$\sum$					6,5

$$r_s = 1 - \frac{6\,(\sum d)^2}{n\,(n^2-1)} = 1 - \frac{6(6,5)}{6(6^2-1)} = 1 - \frac{39}{6(36-1)} = 1 - \frac{39}{210} = 1 - 0,18 = 0,82$$

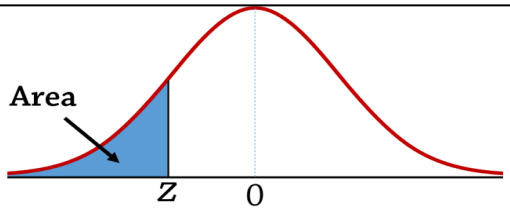
أي يوجد ارتباط طردي بين تقديرات مادتي الرياضيات والإحصاء وهو قوي .

تمرين منزلي:

لدراسة علاقة ارتباط تقديرات طلاب في مادة الاحصاء و علم الاجتماع إخترنا 7 طلاب وسجلت تقديراتهم كما يلي:

الاحصاء	ممتاز	جيد جدا	جيد	جيد	جيد جدا	مقبول	مقبول
علم الاجتماع	مقبول	ممتاز	مقبول	جيد	مقبول	جيد جدا	ممتاز

المطلوب: اوجد معامل الارتباط للتقديرات التالية؟ ثم هل توجد علاقة ارتباط بينهما؟ ما نوعها وما مدى قوتها؟



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641