

الدرس العاشر:

الفروض الاحصائية

الفرضيات: عادة يعتمد الباحث على صياغة مختلف الفرضيات في بحثه، فبعض الباحثين يعتمدون على الدراسات السابقة، والأخر يستند إلى النظريات أو التفسيرات العلمية لحقائق العينة، والأخر يعتمد على ادوات لعقلية معينة مثل: التخيل، الالهام، الاستبصار، أو الاعتماد على الخبرات والتجارب الشخصية، ويجد الذكر بأن الباحث يمكن أن يقتصر على مصدر واحد أو عدة مصادر لأشتقاق فرضيات بحثه، وتتسم فرضيات البحث إلى أنواع عدة ويمن التركيز هنا على النوعين الرئيسيين وهما:

الفرض البحثي: يشتق عادة الفرض البحثي مباشرة من من إطار نظري معين، كأن يود الباحث على وجه التحديد التعرف على أثر الطلاق في التفكك الاسري، أو تأثير عدم التوافق بين الزوجي في ظاهرة جناح الاحداث....إلخ، في هذه الحالة سيقوم الباحث بصياغة فرضيته على النحو التالي:

ترداد معدلات جناح الاحداث في الأسر المفككة مقارنة بالأسر المستقرة.

الفرض الاحصائي: تعرف بأنها صور مبدئية حول معلمة أو أكثر من معالم المجتمع الاحصائي ، ويمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة، ويلجأ إليها الباحث عندما لا تتوفر لديه معلومات كافية عن المجتمع الاحصائي، فالفرضية تعتبر أفضل تخمين أو تنبؤ في شأن معالم المجتمع من خلال إحصائيات العينة، فهي تساعد الباحث على اتخاذ القرارات الملائمة في ظل البيانات المتوافرة، وعند إجراء الاختبارات للفرضيات الاحصائية يتطلب الامر من الباحث أن يصوغ نوعين من الفرضيات وهي : الصفرية والبديلة.

بعض المفاهيم الدالة:

- **إحصاءة الاختبار:** تعرف بأنها متغير عشوائي لها توزيع احتمالي معروف، وتستخدم لوصف العلاقة بين القيم النظرية للمجتمع والقيم المحسوبة من العينة، وتسمى عادة بإحصاءة الاختبار المحسوبة، وتكون إحصاءات الاختبار على أنواع عدة نذكر منها [إحصاءة الاختبار (Z)، إحصاءة الاختبار (t)، إحصاءة الاختبار (x^2)، إحصاءة الاختبار (F)]
- **المؤشر الاحصائي:** مقياس إحصائي يُحسب من واقع مشاهدة العينة. منا المنوال، الوسط الحسابي، الوسيط.....
- **التقدير بالنقطة:** نسمي التقدير بواسطة قيمة واحدة لمعلمة المجتمع بالتقدير بواسطة نقطة،
- **مثال:** إذا قلنا أن المسافة هي 5م فإننا نكون قد أوجدنا تقدير بنقطة.
- **التقدير بالفترة:** أما تقدير معلمة المجتمع بواسطة رقمين من الممكن أن تقع بينهما معلمة المجتمع فهذا يسمى التقدير بالفترة،
- **مثال:** وإذا قلنا أن المسافة هي بين 3م و 5م، فإننا نكون قد استخدمنا التقدير بواسطة فترة.
- **مستوى المعنوية:** يعرف بأنه احتمال رفض الفرضية العدمية عندما تكون هذه الفرضية صحيحة، بلغة أخرى احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الاول ويرمز لها بالرمز: α ، وتسمى مستوى المعنوية أحيانا بحجم منطقة الرفض، وغالبا ما يتم تحديد مستوى المعنوية في العلوم التطبيقية لأن تكون مساوية ل:
▪ $(\alpha = 0, 05)$ أو $(\alpha = 0, 01)$.
- **درجات الحرية:** هي عدد مشاهدات العينة المطروحا منه عدد القيود المستقلة المفروضة على العينة تلك العينة، ويرمز لها ب: **df** ويحسب في هذه الحالة بالصيغة التالية: $df = n - 1$

- **المنطقة الحرجة والقيم الحرجة:** تعرف المنطقة الحرجة بأنها المنطقة التي عندما يتم رفض الفرضية العدم والتي تقع فيها قيمة إحصاء الاختبار المحسوبة، ويرمز لها ب (α) في حالة اختبار من جانب واحد، أو تمثل ب ($\frac{\alpha}{2}$) في حالة الاختبار من جانبيين. في حين تعرف القيم الحرجة بأنها قيم جدولية يتم استخراجها من قيم التوزيع الاحتمالي لاحصاء الاختبار والتي تتحدد بموجبها مناطق رفض الفرضية العدمية (H_0) ومناطق قبولها.
- **الفرضية الصفرية (العدمية):** عبارة عن جملة لفظية متعلقة بمعلمة المجتمع، ويرمز لها بالرمز (H_0)، وتأخذ علامة من علامات التالية: \geq ، \leq ، $=$.
- **الفرضية البديلة:** عبارة عن جملة لفظية متعلقة بمعلمة المجتمع، ويرمز لها بالرمز (H_1)، وتأخذ علامة من علامات التالية: $>$ ، $<$ ، \neq . قيمة وح
- **المقياس الاحصائي:** هو يدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة.
- **الفرضية البديلة تؤيد رأي الباحث، بعكس الفرضية الصفرية والتي تعارض رأي الباحث.**

الفروض الإحصائية أشكالها، وأنواعها، إتجاهها

أشكال الفرضيات:
الفرض الصفري:
لا توجد فرق ، لا توجد علاقة
الفرض البديل:
توجد فرق ، توجد علاقة.

أنواع الفروض الاحصائية:
1- الفرضية الفرقية:
توجد فروق بين الإناث والذكور في الذكاء
2- الفرضية الارتباطية:
توجد علاقة ارتباطية بين القلق والإحباط

اتجاه الفرضيات

الارتباطية
معامل الارتباط يتراوح من -1 ، $+1$ | لا توجد قيمة اكبر.
معامل الارتباط $= 0$ ارتباط معدوم، لا توجد علاقة.
معامل الارتباط $\neq 0$ وسالب ودالة علاقة عكسية كلما يزيد المغير الأول ينقص الثاني.
معامل الارتباط $\neq 0$ وموجب ودال علاقة موجبة كلما يزيد المغير الأول يزيد المغير الثاني.

الفرقية
ذات اتجاه:
توجد فروق بين الإناث والذكور في الذكاء لصالح الذكور او الإناث
عديمة الاتجاه:
توجد فروق بين الإناث والذكور فالذكاء بدون تحديد لصالح من يكون الفرق

الأساليب الإحصائية لاختبار الفرضيات

الفرضيات الارتباطية:

اختبار "ر":

دح = ن - 2 ← العلاقة بين متغيرين

- اختبار "رو":

دح = ن ← العلاقة بين رتب متغيرين

- اختبار "ق":

دح = (عدد الأعمدة - 1) (عدد الصفوف - 1)
العلاقة بين متغيرين في حالة بيانات تكرارية

الفرضيات الفرقية

1- اختبار ستودنت "ت" (T):

$1 \neq 2$ دح = $2n - 2 + 1$

$1 = 2$ دح = $2n - 2 + 1$

ن مجموعة واحدة دح = $n - 1$

2- اختبار فيشر "ف" (F):

الفرق بين مجموعتين أو أكثر

3- اختبار مربع كاي "كا" (χ^2):

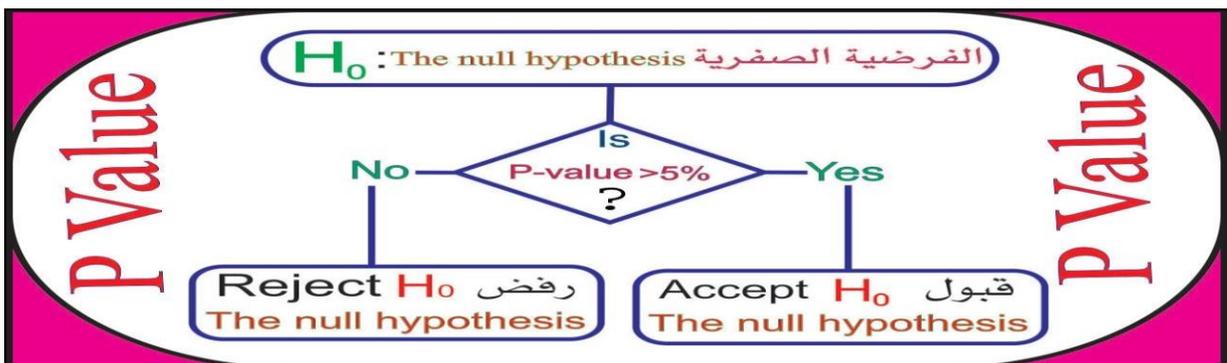
2 "دح" = (عدد الأعمدة - 1) (عدد الصفوف - 1) الفرق بين التكرارات

الفرق بين مجموعتين مستقلتين أو مرتبطتين

ملاحظة:

دراسة الدلالة المعنوية: لابد من (تحديد مستوى الدلالة 0,05, 0,01) درجة الحرية حسب القانون، تحديد اتجاه الفرضية

- القيمة المحسوبة اكبر أو تساوي القيمة الجدولية توجد فرق أو توجد علاقة أو تأثير
- القيمة المحسوبة اصغر القيمة الجدولية لا توجد فرق أو لا توجد علاقة أو لا يوجد تأثير
- القيمة المحسوبة = 0 فرق معدوم.



أمثلة:
إختبار من طرف واحد جهة اليمين:

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_1: \mu < \mu_0$$

$$P = P[Z < Z_{cal}]$$

$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}$$

$$\frac{5\%}{100\%} = 0,05$$

$$P = P[Z < -2,18]$$

هنا قمنا بتطبيق القانون على جميع بيانات الجدول فحصلنا على القرار التالي:

السبب	القرار	P	Z _{cal}	δ	μ ₀	X̄	n	
0,01 أقل من 0,05	رفض	0,0146	-2,18	11	20	16	36	مثال 1:
0,04 أقل من 0,05	رفض	0,0465	-1,68	11	20	17	38	مثال 2:
0,06 أكبر من 0,05	قبول	0,0630	-1,43	13	23	20	44	مثال 3:

إختبار من طرف واحد جهة اليسار:

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}$$

$$P = P[Z > Z_{cal}] = [Z > -Z_{cal}]$$

$$P = P[Z > 2,21] = [Z > -2,21]$$

2,21 نذهب للجدول السطر 0,01 والعمود -2,2 لنحصل على 0,0136 وهكذا لباقي الأرقام.

السبب	القرار	P	Z _{cal}	δ	μ ₀	X̄	n	
0,01 أقل من 0,05	رفض	0,0136	2,21	11	19	23	37	مثال 1:
0,00 أقل من 0,05	رفض	0,0038	2,67	12	22	27	41	مثال 2:
0,08 أكبر من 0,05	قبول	0,0823	1,39	17	31	34	62	مثال 3:

إختبار ذو الطرفين (من الجهتين):

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

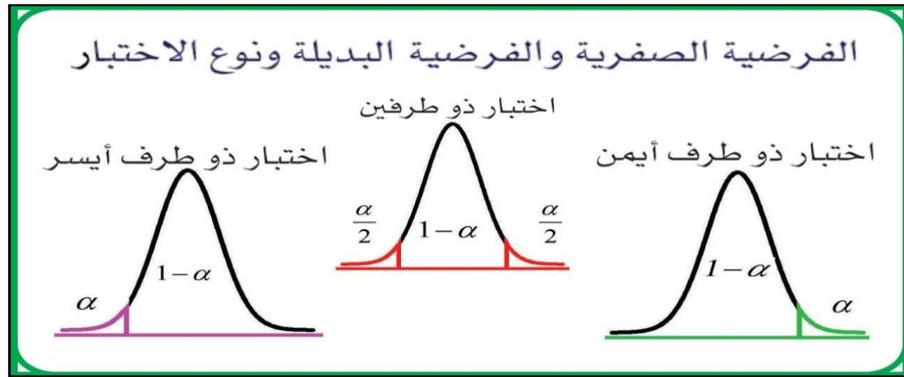
$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}$$

$$P = 2P[Z > Z_{cal}]$$

$$P = 2 \times 0,008 = 0,0178$$

مرفوض لأنه أقل من 5%، أي من 0,05

القرار	P	Z _{cal}	δ	μ ₀	X̄	n
رفض	0,0178	-2,37	5	18	20	35



أ- الأخطاء المتعلقة باختبار الفروض:

- أي قرار يتخذه الباحث ويكون مبني على نتائج عينة فهو معرض للخطأ:
- في إختبار الفرضيات هناك حالتان للفرضية الصفرية ، إما أن تكون الفرضية صحيحة أو غير صحيحة.
 - هناك أيضا نوعان من القرارات التي يتخذها الاحصائي ، إما أن تكون قبول أو رفض.
 - من المتوقع أن يقع الباحث عند إجراء الاختبار بنوعين من الأخطاء:
1. **الخطأ من النوع الأول:** هو رفض الفرضية الصفرية في حين أنها في الواقع صحيحة، واحتمال الوقوع في هذا الخطأ ويسمى بالخطأ من النوع الأول، ويرمز له بالرمز α ، وهو عادة يسمى (مستوى المعلمة) أو (حجم الاختبار) أو (مستوى الأهمية) أو (مستوى الدلالة الاحصائية).
 2. **الخطأ من النوع الثاني:** قبول الفرضية الصفرية في أنها في الواقع خاطئة، وإحتمال الوقوع في الخطأ ويسمى هذا الخطأ (الخطأ من النوع الثاني) ويرمز له بالرمز β ، ويطلق عليه عادة بقوة الاختبار.

القرار		في المجتمع (الواقع)	
العينة	رفض H ₀	H ₀ قد تكون صحيحة	خطأ من النوع الأول (في حالة رفض فرضية العدم H ₀ وهي صحيحة) ويرمز له بالرمز α
		H ₀ قد تكون غير صحيحة	رفضها يعتبر قرار غير سليم ونرمز له بالرمز (1 - α) ويسمى قوة القرار

	وتسمى α قوة المعنوية	
قبول فرضية العدم H_0 وهي غير صحيحة ونسميه خطأ من النوع الثاني ونرمز لها بالرمز β	قبولها يعتبر قرار سليم ونرمز لها بالرمز $(1-\beta)$ وتسمى مستوى الثقة.	قبول H_0

مثال: قدم شخص متهم بالقتل للمحكمة، والمتهم في القضاء كما هو معلوم برئ، حتى تثبت إدانته، بمعنى أن فرضية H_0 هي الشخص المتهم البرئ، ويعتمد قرار المحكمة في هذه القصة على المعلومات المتوافرة بهذا الخصوص وتكون لدينا الحالات الأربعة المبينة في الجدول:

قرار المحكمة في قضية المتهم برئ		الشخص المتهم برئ H_0
الشخص المتهم برئ (قبول H_0)	الشخص المتهم قاتل (رفض H_0)	
صحيح	خاطئ	H_0 صحيحة
خاطئ	صحيح	H_0 خاطئة

وهكذا عند الاختيار لفرضية H_0 يمكن الوصول إلى القرار الصحيح أو الوقوع في الخطأ من النوع الأول أو الثاني .

مستوى المعنوية: في إختبار فرضية معينة يكون مستوى المعنوية الإختبار هو أقصى احتمال يمكن أن يتحمل الخطأ من النوع الأول، وعادة ما نستخدم: $\alpha = 0,05$ ، $\alpha = 0,01$ ، عبا أن هناك قيما أخرى يمكن استخدامها أيضا، فمثلا لو استخدمنا $\alpha = 0,05$ كمستوى معنوية لتصميم إختبار الفرضية ، فهذا يعني أن هناك نحو 5 فرص من ضمن كل عينة 100 من الحجم n نفسه، سوف نرفض من حالتها فرضية العدم H_0 ، في حين أنها صحيحة.

ب- الإختبارات الاحصائية: وهي طريقة معيارية لإختبار فرض أو إدعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع.

ت- الخطوات المتبعة لإجراء إختبار الفروض الاحصائية:

المقياس الاحصائي لأختبار الفروض	حجم العينة n	الانحراف المعياري
$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}$	غير مهم	معلوم
$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}$	$n > 30$	
$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	$n \leq 30$	

1- التعرف على توزيع المجتمع الاحصائي، أي على الباحث التعرف على خصائص المجتمع ومكوناته وتركيباته التي تتضمن هذا المجتمع .

2- صياغة الفروض الاحصائية فرض العدم (H_0) وفرض البديل (H_1) .

3- التحقق من الانحراف المعياري للمجتمع (معلوم أو غير معلوم)، وتحديد حجم العينة N ، ومن ثم إيجاد المقياس الإحصائي للأختبار (Z)، أو (T)، كما هو في الجدول التالي:

4- تحديد مستوى المعنوية α ، وحساب القيمة الجدولية $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ، من جدول التوزيع الطبيعي المعياري أو

القيمة الجدولية من الجدول $t_{\frac{\alpha}{2}}$.

5- تحديد منطقة القبول ($Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ، $-Z_{\frac{\alpha}{2}}$) أو ($t_{\frac{\alpha}{2}}$ ، $-t_{\frac{\alpha}{2}}$).

6- إتخاذ قرار الاحصائي (قبول فرض العدم) أو (رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل).

مثال: فرضية العدم: لا علاقة بين صحة الطفل ومستوى تعليم الأم، **فرضية البديلة:** توجد علاقة بين صحة الطفل ومستوى تعليم الأم.

تمرين:

بينت الدراسة أن المتوسط الحسابي لفترة تحمل أسلاك معدنية هو $\mu = 1800$ كلغ، مع إنحراف معياري $\delta = 150$ كلم، ويؤكد الاخصاصيون في المصنع المنتج لهذه الاسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الاسلاك، وتأكيدا على ذلك تم إختيار عينة من 40 سلكا فنتبين أن متوسط قوة تحمل هذه الاسلاك يساوي 1840 كلغ، هل يمكن قبول مثل هذا الغرض بمستوى معنوية $\alpha = 0,05$ ؟

الحل:

2- الفرضيات:

$$H_0: \mu = 1800kg$$

$$H_1: \mu \neq 1800kg$$

3- الانحراف المعياري: δ معلوم
نطبق القانون:

$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}} = \frac{1840 - 1800}{\frac{150}{\sqrt{40}}} = \frac{40}{\frac{150}{6,32}} = \frac{40}{23,73} = 1,68$$

4- تحديد مستوى المعنوية:

$$(1 - \alpha) = 0,95 = \alpha = 0,05$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

5- تحديد منطقة القبول::

$$E = \left[Z_{\frac{\alpha}{2}}, -Z_{\frac{\alpha}{2}} \right] = [-1,96, 1,96]$$

7- قوة القرار: قبول فرض العدم، ورفض فرض البديل.

تمرين متزلي:

أرادت أحد البنوك التأكد من أن فترة الانتظار للعميل لا تزيد عن 20 د = μ ، وبانحراف معياري 10 د = δ ، أخذت عينة عشوائية حجمها 100 عميل وسجلت فترة الانتظار لكل منهم فكانت بمستوى $\alpha = 0,05$ ؟
بمتوسط حسابي مقداره 21 د، المطلوب: هو إختبار فرضية البنك عند مستوى المعنوية $\alpha = 0,05$ ؟

Upper 5% points																			
$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{S_1/S_2}{v_1/v_2}$, where $s_1^2 = S_1/v_1$ and $s_2^2 = S_2/v_2$ are independent mean squares estimating a common variance σ^2 and based on v_1 and v_2 degrees of freedom, respectively.