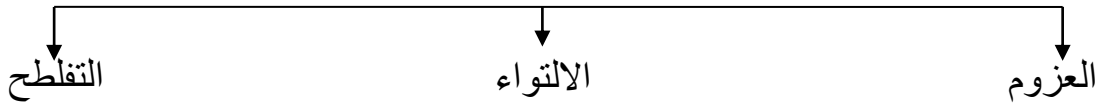
قسم علم الاجتماع السنة الأولى جذع مشترك المادة: الاحصاء الوصفي	الأستاذة: عبلاش أسية الأفواج: 55 - 56

الدرس الرابع:

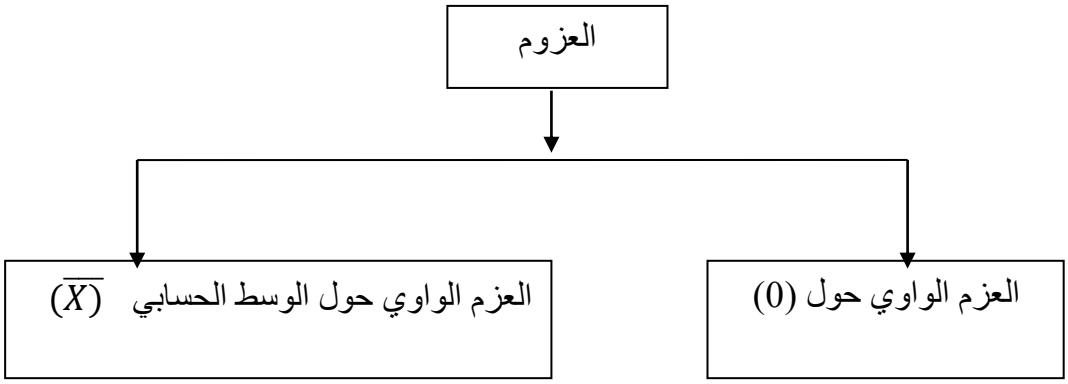
مقاييس الشكل
Caractéristique de Forme

مقدمة: مقاييس الشكل (التفلطح والإتواء) تعرف بأنها تلك القوانين التي تحدد شكل المنحنى التكراري من حيث التماثل والالتواء والانحراف إلى إحدى الجهات ، وهناك مقياس آخر يستخدم لحساب هذه المقاييس ويسمى بالعزوم ، والذي يعبر إحدى مقاييس الالتواء.

المقياس الخاص بوصف اتجاه تركيز البيانات



1- العزوم: N عدد المشاهدات أو النماذج التابعة للمتغير X، وهو نوعان:



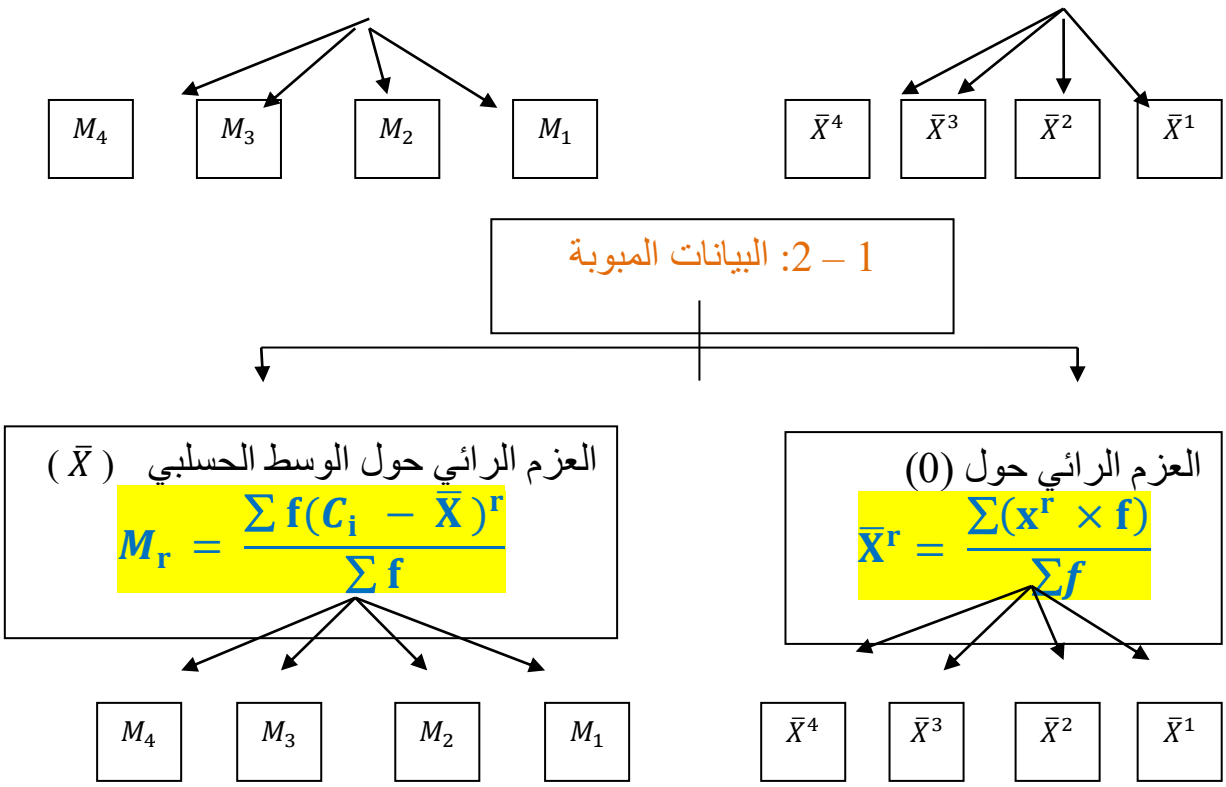
1 – 1: البيانات الغير مبوبة

العزم الرائي حول (0)

$$\bar{X}^r = \frac{\sum X^r}{n}$$

العزم الرائي حول الوسط الحسلبي $(\bar{X})$

$$M_r = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^r}{n}$$



مثال1: أوجد العزم الرائي الأول والثاني والثالث والرابع حول الصفر للبيانات التالية، ثم أوجد العزوم للرائي الأول والثاني والثالث والرابع حول المتوسط الحسابي لنفس البيانات:

2 – 3 – 7 – 8 – 10

الحل: أ- حساب العزوم حول الصفر:

العزم الرائي الأول = الوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{10 + 8 + 7 + 3 + 2}{5} = 6$$

العزم الرائي الثاني:

$$\bar{X}^2 = \frac{10^2 + 8^2 + 7^2 + 3^2 + 2^2}{5} = \frac{226}{5} = 45,2$$

العزم الرائي الثالث:

$$\bar{X}^3 = \frac{10^3 + 8^3 + 7^3 + 3^3 + 2^3}{5} = \frac{1890}{5} = 378$$

العزم الرائي الرابع:

$$\bar{X}^4 = \frac{10^4 + 8^4 + 7^4 + 3^4 + 2^4}{5}$$

ب- حساب العزوم حول الوسط الحسابي: لدينا $\bar{X} = 6$

$$M_{1=} \frac{\sum (x_i - \bar{X})^1}{\sum n} = \frac{(2-6) + (3-6) + (7-6) + (8-6) + (10-6)}{5}$$

$$= \frac{0}{5} = 0$$ (0 دائما يساوي)

$$M_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{\sum n}$$

$$= \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2}{5} \frac{+(7-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5}$$

$$= \frac{46}{5} = 9,2$$ (دائما يساوي التباين)

$$M_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^3}{\sum n}$$

$$= \frac{(2-6)^3 + (3-6)^3}{5} \frac{+(7-6)^3 + (8-6)^3 + (10-6)^3}{5}$$

$$= \frac{-18}{5} = -3,5$$

$$M_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^4}{\sum n}$$

$$= \frac{(2-6)^4 + (3-6)^4}{5} \frac{+(7-6)^4 + (8-6)^4 + (10-6)^4}{5}$$

$$= \frac{610}{5} = 122$$

مثال 2: إليك البيانات التالية:

الفئات	5-3	8-6	11-9	14 -12	17-15	20-18	∑
التكرار	2	3	6	6	8	5	30

المطلوب:

- أحسب العزوم حول الصفر؟
- أحسب العزوم حول الوسط الحسابي؟

الحل: أ- حساب العزوم حول الصفر:

الفئات	التكرار	المركز C	$(C \times f)$	X^2	$(x^2 \times f)$	X^3	$(x^3 \times f)$	X^4	$(x^4 \times f)$
5-3	2	4	8	16	32	64	128		
8-6	3	7	21	49	147	343	1029		
11-9	6	10	60	100	600	1000	6000		
14-12	6	13	78	169	1014	2197	13182		
17-15	8	16	128	256	2948	4096	32768		
20-18	5	19	95	361	1805	6859	34295		
∑	30	/	390	/	5646	/	87402		

$$\bar{X}^1 = \frac{\sum(x^1 \times f)}{\sum f} = \frac{390}{30} = 13$$

$$\bar{X}^2 = \frac{\sum(x^2 \times f)}{\sum f} = \frac{5656}{30} = 188,2$$

$$\bar{X}^3 = \frac{\sum(x^3 \times f)}{\sum f} = \frac{87402}{30} = 2953,4$$

$$\bar{X}^4 = \frac{\sum(x^4 \times f)}{\sum f} = 0$$

ب- حساب العزوم حول الوسط الحسابي: لدينا $\bar{X} = 13$

$f(x-\bar{X})^3$	$(x-\bar{X})^3$	$f(x-\bar{X})^2$	$(x-\bar{X})^2$	$F(x-\bar{X})$	$(x-\bar{X})$	F	c
-1458	-792	162	81	-18	-9	2	4
-648	-216	108	36	-18	-6	3	7
-126	-27	54	9	-18	-3	6	10
0	0	0	0	0	0	6	13
216	27	72	9	34	3	8	16
1080	216	180	36	30	6	5	19
-972	/	576	/	0	/	30	$\sum$

$$M_1 = \frac{\sum f(C_i - \bar{X})^r}{\sum F} = \frac{0}{30} = 0$$

$$M_2 = \frac{\sum f(C_i - \bar{X})^r}{\sum F} = \frac{576}{30} = 19,2$$

$$M_3 = \frac{\sum f(C_i - \bar{X})^r}{\sum F} = \frac{-972}{30} = -32,4$$

$$M_4 = \frac{\sum f(C_i - \bar{X})^r}{\sum F} = (\text{واجب}) = 934,9$$

2- معامل التماثل والالتواء:

2-1: تماثل والالتواء: الالتواء هو انعدام التماثل في توزيع قيم الظاهرة حول قيمتها المركزية (الوسط الحسابي).والتماثل هو المنحنى الذي إذا قسمناه إلى نصفين أنطبق هذان النصفين على بعضهما البعض تماما.

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

أ- في حالة التوزيعات التكرارية المتماثلة ذات التوزيع الطبيعي، فإن العلاقة بينهما كالتالي:

(الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال)

ب-في حالة التوزيعات التكرارية القريبة من التماثل، فإن العلاقة بين المتوسطات كالتالي:

المنوال = 3 الوسيط – 2الوسط الحسابي.....(1)

نستخرج الوسط الحسابي من العلاقة (1)، فنحصل على:

2 الوسط الحسابي= 3 الوسيط – المنوال ، وبالقسمة على 2 نجد:

الوسط الحسابي = $\frac{3}{2}$ (الوسيط) - $\frac{1}{2}$ المنوال.....(2)

نستخرج الوسيط من العلاقة (1)، نحصل على:

3الوسيط = المنوال + 2 الوسط الحسابي، وبالقسمة على 2 نجد:

الوسيط = $\frac{■}{2}$ (المنوال) + $\frac{2}{3}$ (الوسط الحسابي).....(3)

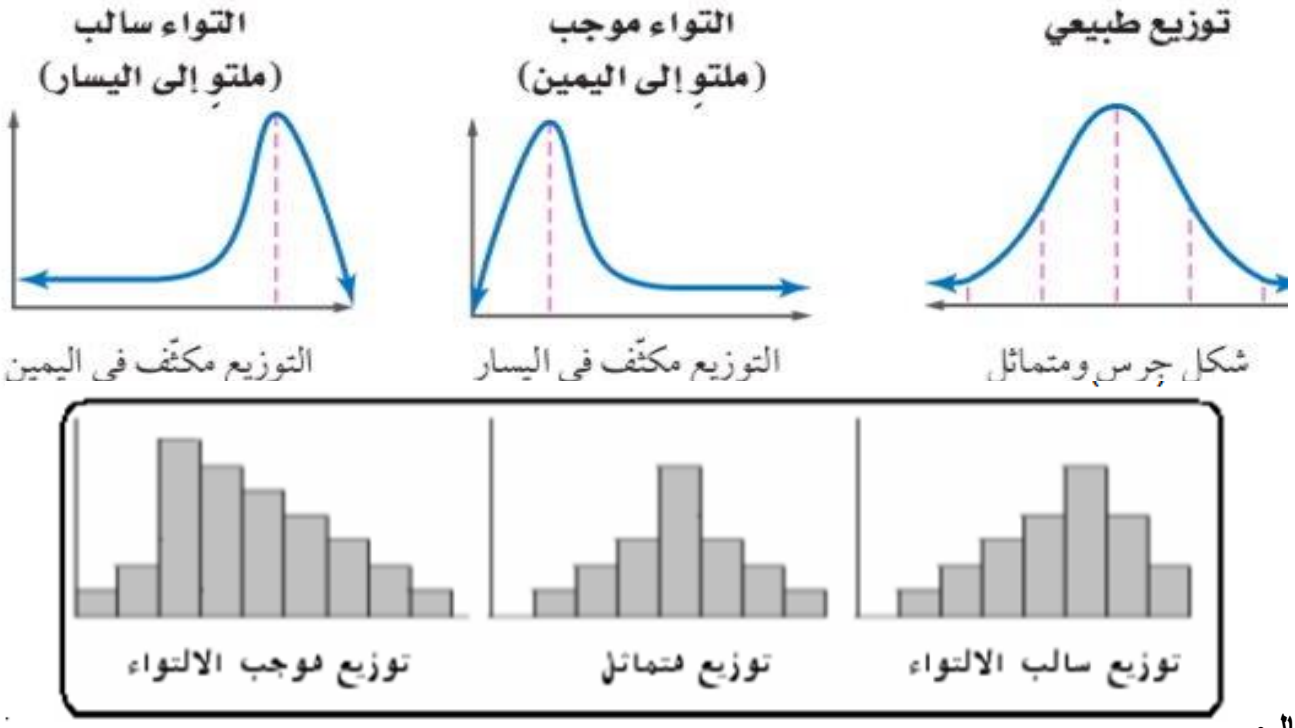
ج- في حالة التوزيعات الملتوية، فإن العلاقة بين المتوسطات كالتالي:

1- إذا كان التوزيع سالب الالتواء وملتويا إلى جهة اليسار، فإن العلاقة بين المتوسطات كالتالي:

(الوسط الحسابي< الوسيط < المنوال)

2- إذا كان التوزيع موجب الالتواء وملتويا إلى جهة اليمين، فإن العلاقة بين المتوسطات كالتالي:

(الوسط الحسابي> الوسيط > المنوال).



مثال:

في إحدى التوزيعات القريبة من التماثل ، ذات الوسط الحسابي= 17,8، ومنوال = 18، المطلوب: إيجاد الوسط الحسابي؟ وما نوع الالتواء؟

الحل:

بما أن التوزيع قريب من التماثل، فإن: الوسط الحسابي ≠ الوسيط ≠ المنوال

لذا نستخدم العلاقة التالية: المنوال = 3 الوسيط – 2الوسط الحسابي، وبالقسمة على 2 نجد:

الوسط الحسابي = $\frac{3}{2}$ (الوسيط) - $\frac{1}{2}$ المنوال، وبالتعويض نجد:

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{1}{2}(18) - \frac{1}{2}(17{,}8)$$

$$\text{الوسط الحساب} = 9 - 26{,}7 = 17.7$$

بما أن :(الوسط الحسابي< الوسيط < المنوال)

$17{,}7 < 17{,}8 < 18$، فإن التوزيع سالب الالتواء وملتويا إلى جهة اليسار.

ملاحظة:

- **يقاس الالتواء بعدة مقاييس، منها معامل بيرسون، معامل بولي، طريقة المئين، معامل الالتواء الربيعي. والالتواء العزمي.**
- **كل ما نعرفه عن التوزيع من خلال شكل الالتواء هو فقط نوعه، متماثل التوزيع أو سالب التوزيع أو موجب التوزيع، لكن في بعض الاحيان قد يتساوى توزيعان في نفس الالتواء أو لهما نفس نوع الالتواء لكن يختلفان في مقدار الالتواء ، وقد يتساوى التوزيعان في مقدار الالتواء ولكن يختلفان في الإشارة، لذلك نحتاج إلى مقياس يحدد لنا درجة الالتواء بمقدار كمي أو رقمي، مع تحديد نوع الالتواء، بمعنى أن نقيس الالتواء كميا، لذلك نلجأ إل معامل قياس الالتواء.**
- **عادة ما نحصل على نتائج مختلفة لمعاملي الالتواء، وهذا لأن كل معامل يقيس الالتواء على أساس يخالف المعاملات الاخرى.**
- **عند مقارنة الالتواء لتوزيعات مختلفة يجب استخدام نفس المعامل عند المقارنة.**