مكمل برنامج الاحصاء الاستدلالي لطلبة الماستر

ماي 2020

الأهداف المرجو تحقيقها:

- التعريف بأهم مفاهيم الإحصاء الاستدلالي
- فهم خطوات اختبار الفرضيات.
- التعرف على كيفية القيام بالعمليات الحسابية المرتبطة بمختلف الاختبارات الأكثر استعمالا في التخصص.
- التعرف على كيفية قراءة النتائج الإحصائية.

الإحصاء الاستدلالي هو مجموع الطرق والأساليب الاحصائية المستخدمة لاستخلاص استنتاجات حول مجموعة أو مجتمع معين انطلاقا من بيانات أو معطيات تخص عينة تم اختيارها من ذات المجموعة أو المجتمع.

يتمثل المجتمع في مجموع الوحدات الإحصائية المشكلة للظاهرة موضوع البحث (الطلاب المسجلين في علوم التربية 2019، المرضى المصابين بالجائحة كوفيد، موظفي الوظيف العمومي، التلاميذ المقبلين عل شهادة الباكلوريا ...)

تتمثل العينة في مجموعة فرعية مأخوذة من المجتمع الإحصائي المبحوث – المشكل للظاهرة موضوع البحث– (عدد ممثل للطلاب المسجلين في علوم التربية 2019، المرضى المصابين بالجائحة كوفيد، موظفي الوظيف العمومي، التلاميذ المقبلين عل شهادة الباكلوريا...)

إحصائيا نصف مجموعات الوحدات هذه (المجتمع الاحصائي أو العينة الاحصائية) باستخدام مقاييس أو خصائص (العدد، المتوسط الحسابي ، الانحراف المعياري ، التباين النسبة المئوية ...).

تسمى المقاييس أو الخصائص المستخدمة لوصف المجتمع بالمعالم Les Paramètres

وتسمى المقاييس أو الخصائص المستخدمة لوصف العينة بالإحصائيات Les Statistiques

يستعمل الاحصاء الاستدلالي لمعالجة عدد من القضايا أهمها:

- تقدير معالم المجتمع.
- وحيث أن معالم المجتمع لا تكون في الغالب معلومة فإن وجود فكرة ولو غامضة تسمح بصياغة بعض الفرضيات بخصوص قيمة هذه المعالم، يتم رفضها أو تأكيدها عن طريق البيانات المجمعة عن طريق العينة. وهذا بعد تحديد معايير اتخاذ القرار. (اختبارات التماثل).
- تقرير ما إذا كان مجتمعين إحصائيين متماثلين أو مختلفين في خاصية من الخصائص. (اختبارات المقارنة)
- معرفة ما إذا كان توزيع مجتمع إحصائي ما يتبع قانونا احتماليا خاصا (توزيع طبيعي، ذو حدين أو توزيع بواسوني...)
- معرفة ما إذا كانت خاصيتان نوعيتان مستقلتان .(اختبارات الاستقلالية)

- ويمكننا أيضا في بعض المواقف من معرفة مدى تجانس مجموعات متعددة فيما يتعلق بخاصية معينة .(اختبارات التجانس).

هذا ويوجد نوعين من الأساليب الإحصائية الاستدلالية:

- الاحصاء الاستدلالي المعلمي: وتستخدم أساليبه في حالة البيانات من مستوى الوحدات المتساوية أو المستوى النسبي (الرقمية/كمية) التي يتبع توزيعها التوزيع الطبيعي (الجرسي).
- الاحصاء الاستدلالي اللامعلمي: وتستخدم أساليبه في حالة البيانات الرقمية التي لا يتبع توزيعها التوزيع الطبيعي، وكذلك في حالتي البيانات من المستويين الاسمي والترتيبي (نوعية/كيفية).

اختبار الفرضيات

كثيرا ما لا يكفي الوصف الكمي للواقائع أو الظواهر بمختلف أنواعها (تربوية، ونفسية، واجتماعية، وطبية، واقتصادية...) عن طريق قيم رقمية ما يوضح العديد من معالمها وخصائصها، إلا العملية لا تجيب عن العديد من التساؤلات الأخرى لاسيما ما يرتبط بمقارنة المتغيرات المتنوعة واختبار ما إذا كانت متساوية أو مختلفة ، ومعرفة ما إذا كان بإمكاننا اعتبار أنها تتوافق مع معالم المجتمع الاحصائي الذي أخذت منه أم لا، وهل تتوافق مع توزيع معين أم لا، وهل تتوافق مع نموذج معين أم لا وهكذا... مع العلم أن هذه المتغيرات وبياناتها لا تمثل إلا عينة واحدة من القيم.

بالنظر إلى أنه لا يمكن للمرء أن يتأكد أبدًا من أن نتيجة الحسابات تتوافق مع "الواقع" أوجد الإحصائيين إطارًا تحليليًا تحت مسمى اختبار الفرضيات يوفر إمكانية اتخاذ مثل هذه القرارات مع تقدير هامش خطأ هذه القرارات. هذا وتمكن اختبارات الفرضيات من:

- توضيح وتحديد الإطار الصارم لهذه الدراسات ،
- توفير إطار شكلي (منطقي) دقيق لجميع المواقف،
- معرفة ما إذا كانت الاختلافات كبيرة "مهمة" عند عتبة معينة أم لا.

العينة وأساليب المعاينة الإحصائية:

ينطلق الاحصاء الاستدلالي في دراسته لمعالم المجتمع الاحصائي من العينة الإحصائية ولذلك فإن نتائجه تتوقف على مدى تمثيل العينة –أو قدرتها على أن تعكس– معالم هذا المجتمع. ومنه تنشأ مشكلة كيفية اختيار جزء من المجتمع يعكس بأمانة قدر الإمكان خصائصه.

يميز الاحصائيون بين نوعين من العينات –العينات العشوائية والعينات غير العشوائية– ومنه يظهر أن هناك نوعين من أساليب المعاينة الإحصائية:

1. **الأساليب الإحصائية غير العشوائية (الامبريقية):**

الأسلوب القصدي، الأسلوب العرضي–تجدر الإشارة إلى أن الكثير من الطلبة يخلطون بينه وبين الأسلوب العشوائي البسيط حيث أن هذا الأخير يوفر مبدأ تكافؤ لجميع وحدات المجتمع الإحصائي بأن تختار ضمن العينة وهذا ما لا يفعله الأسلوب العرضي–، أسلوب المحاصصة وهو أكثر الأساليب غير العشوائية استعمالا حيث أنه يحترم تركيبة المجتمع الإحصائي في بعض خصائص (الجنس، المستوى التعليمي، المستوى الإقتصادي، الحالة الاجتماعية...).

2. **الأساليب الإحصائية العشوائية:**

قبل استعراض مختلف أساليب المعاينة العشوائية يجدر بنا التذكير بأن المقصود بالأسلوب العشوائي هو الأسلوب الذي يوفر مبدأ تكافؤ لجميع وحدات المجتمع الإحصائي بأن تختار ضمن العينة، بمعنى آخر هو الأسلوب الذي يكون فيه احتمال أن اختيار كل وحدة من وحدات المجتمع الإحصائي معروفا مسبقا (قبل اختيار العينة)، وهو ما يضمن أن تنعكس معالم المجتمع في العينة ويقلل من أخطاء التقدير المرتبطة بأسلوب المعاينة وهذا بدوره يعتبر شرط أساسي للاعتداد بنتائج الإحصاء الاستدلالي.

أ. **المعاينة العشوائية البسيطة** (Simple):

هو أسهل أساليب اختيار العينات وأكثرها استخدامًا .ميزة هذه التقنية هي أنها لا تتطلب بيانات إضافية (مثل المناطق الجغرافية، الحالة الإجتماعية، الجنس...)، أنت في حاجة فقط للقائمة الكاملة لأعضاء مجتمع المسح وعناوين الاتصال بهم.

ب. **المعاينة العشوائية المنتظمة** (Systématique):

وتسمى أيضا بالعينة العشوائية المتساوية المسافات، وتعني وجود فجوة ، أو مسافة محددة بين كل الوحدات المختارة التي يتم تضمينها في العينة. وتتم عبر أربعة محطات أساسية:

- ترقيم وحدات المجتمع الإحصائي.
- تحديد مسافة المعاينة K بقسمة حجم المجتمع الإحصائي على حجم العينة المراد استخراجها.
- اختر رقمًا بشكل عشوائي بين 1 و K يسمى هذا الرقم الأصل الذي تم اختياره عشوائيًا وسيكون أول رقم يتم تضمينه في العينة. فلتكن كانت مسافة المعاينة K هي 6 و تختار 5 مثلا.
- تواصل اختيار الوحدة الخامسة بداية من أول اختيار إلى أن تشكل عينة البحث.

ج. **المعاينة العشوائية الطبقية** (Stratifie):

وتقوم على مبدأ تقسيم المجتمع إلى مجموعات متجانسة (تسمى الطبقات) ، والتي تكون حصرية بشكل متبادل بمعنى لا يمكن لإحداها أن تعوض الأخرى، ثم يتم اختيار عينات مستقلة من كل طبقة. نشير إلى أن عملية الاختيار داخل الطبقة الواحدة يمكن أن تتم بأي من الأساليب العشوائية، وأنها قد تختلف من طبقة إلى أخرى. يضمن اعتماد أسلوب المعاينة الطبقية اختيار حجم عينة كافٍ للمجموعات الفرعية من المجتمع موضوع البحث، على اعتبار أن كل طبقة تصبح مجتمعا فرعيا مستقلا. وتجد الإشارة إلى أننا في حاجة إلى تحديد حجم العينة لكل طبقة لم نعتمد هذا الأسلوب.

د. المعاينة العشوائية العنقودية (En grappes):

وتقوم على مبدأ تقسيم المجتمع إلى مجموعات أو عناقيد كما يوحي الاسم. يتم اختيار عدد من العناقيد عشوائيًا لتمثيل المجتمع الإحصائي، ثم يتم ضم جميع الوحدات المضمنة في العناقيد المختارة في العينة .لم يتم تضمين وحدة من العناقيد غير المختارة في العينة ؛ يتم تمثيل هذه الوحدات من قبل تلك المأخوذة من مجموعات مختارة .يختلف هذا الأسلوب في المعاينة عن أسلوب المعاينة الطبقية التي تتضمن اختيار الوحدات من كل طبقة في كونه يختار العناقيد لا الوحدات.

المعاينة العشوائية السلمية (Hiérarchique):

ويتم تطبيق هذا الأسلوب من المعاينة على مرحلتين على الأقل، إذ يتم في المرحلة الأولى تقسيم المجتمع إلى عناقيد، ثم يتم اختيار عدد من العناقيد عشوائيًا لتشكيل مجتمع إحصائي فرعي. وفي المرحلة الثانية ، يتم اختيار وحدات من المجتمع المشكل من العناقيد المختارة للحصول على عينة نهائية (باستخدام إحدى طرق اختيار العينات الاحتمالية (العشوائية).

الاختبار الإحصائي:

هو آلية تهدف إلى الاختيار بين فرضيتين على أساس النتائج الملاحظة على عينة واحدة أو أكثر. ويتعلق الأمر بتقرير ما إذا كنا سنقبل أو نرفض الفرضية التي نقوم بصياغتها من البداية والتي تسمى الفرضية الصفرية – وتسمى أيضا بالفرضية الإحصائية– ويرمز لها بـ Ho في مقابل الفرضية البديلة التي تمثل كل الحالات الأخرى و التي يرمز لها بـ H1.

وتجدر الإشارة إلى أنه لا يمكننا أبدًا أن نجزم بيقينية نتائج أي اختبار إحصائي. فمهما كانت دقة هذا الأخير فإن ذلك لا يعصمنا من امكانية اتخاذ القرار الخاطئ. ومنه

يصبح من الضروري أن نختار مستوى معين من الخطأ – احتمال ارتكاب الخطأ عند اتخاذ القرار – في كل مرة نريد فيها إجراء الاختبار الإحصائي.

هذا ويوجد نوعان من الأخطاء:

يتمثل الخطأ من النوع الأول في رفض الفرضية الصفرية Ho الصحيحة، ويشار إليه بـ الرمز α، ويسمى أيضًا بمستوى الدلالة الإحصائية.

يتمثل الخطأ من النوع الثاني في قبول الفرضية الصفرية Ho الخاطئة ، ويشار إليه بالرمز β، وهو احتمال قبول (Ho) عندما تكون خاطئة.

الفرضية الصفرية

هي اقتراح إحصائي مستمد من فرضية البحث ينص بشكل أساسي على عدم وجود علاقة بين متغيرات المشكلة، إنها فرضية تقول للباحث "أنت مخطئ كذبني ان استطعت". الفرضية الصفرية طريقة ناجحة للتعبير عن اختبار البيانات التي تم الحصول عليها في مقابل الصدفة (الحظ)، وسيلتها في ذلك هي الخطأ المعياري. ويمكننا التعبير عن الفكرة عن طريق التباين من خلال عدد من الأسئلة من قبيل: إلى أي مدى تختلف النتائج المتحصل عليها ؟ هل هي مختلفة بشكل دال ؟ وإنها تأتي عادة بالصيغ التالية $H_0: f_o = f_e$ ،$H_0: x_1 = x_2$ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_r$ ، $H_0: \overline{x}_1 = \overline{x}_2$،$H_0: \mu = \mu_0$.

الخطأ المعياري للمتوسط: ويتمثل في الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة لأي قياس، ويسمى أيضا بخطأ المعاينة، والذي يمكن الحصول عليه بقسمة الإنحراف المعياري للعينة على الجذر التربيعي لحجم ذات العينة $SE_m: \frac{SD}{\sqrt{N}}$.

قوة الاختبار للفرضية البديلة:

تسمى قوة الاختبار للفرضية البديلة (H1) باحتمالية الاحتفاظ بـ (H1) عندما تكون هذه الأخيرة صحيحة وتساوي (1- β). وعليه يتوجب على الراغب في الاستفادة من هذه الأساليب الإحصائية القيام بعدد من العمليات هي:

- صياغة الفرضيتين الصفرية Ho والبديلة H1.
- اختيار مستوى الدلالة α أو ما يسمى احتمال الخطأ من النوع الأول.
- حساب قيمة إحصائية الانحراف للقيم الملحوظة ثم مقارنتها بالقيمة النظرية لإحصائية الانحراف للعتبة المختارة ثم اتخاذ القرار بخصوص رفض أو قبول Ho.

مستوى الدلالة الإحصائية:

يشير مستوى الدلالة الإحصائية إلى معيار الحكم الذي يتم على أساسه اتخاذ القرار بشأن القيمة المذكورة في الفرضية الصفرية. يعتمد المعيار على احتمالية الحصول على القيمة الإحصائية المحصلة في العينة عندما تكون القيمة المذكورة في الفرضية الصفرية صحيحة. بمعنى آخر وكما أشرنا إليه أعلاه يمثل مستوى الدلالة الاحصائية احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول وهو رفض الفرضية الصفرية Ho الصحيحة، ويشار إليه بـ الرمز α.

نشير إلى أن المعيار المعتمد في العلوم السلوكية عادة هو 5 %، فعندما يكون احتمال الحصول على متوسط العينة هو أقل من 5 % لما تكون الفرضية الصفرية صحيحة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية.

القيمة الاحتمالية p-value: وهي أيضا من المفاهيم المستخدمة لإجراء اختبارات الفرضية. و تُعرف قيمة p بأنها احتمالية ملاحظة إحصائية أي اختبار تكون متطرفة على الأقل مثل تلك المحسوبة انطلاقا من بيانات العينة المدروسة، وهذا على افتراض أن الفرضية الصفرية صحيحة.

درجة الحرية: تشير درجة الحرية إلى عدد المتغيرات العشوائية التي لا يمكن تحديدها أو معرفتها عن طريق معادلة ما (من بينها معادلات الاختبارات الإحصائية). ويساوي عادة

عدد الملاحظات ناقص عدد العلاقات بين تلك الملاحظات. هذا ويمكننا تغيير عبارة "عدد العلاقات" بعبارة عدد المعالم التي نرغب في تقديرها.

نظرية النهاية المركزية:

تنص نظرية النهاية المركزية على أن توزيع العينات الإحصائية سيكون قريبًا من التوزيع الطبيعي مع اعتماد المعاينة العشوائية، وأنه كلما زاد حجم العينة كلما كان الأمر كذلك.

اختبار T لعينتين متشابهتين

وهو اختيار يتوافق والتصميم التجريبي قياس قبلي/ قياس بعدي، يمكن استخدام التوزيع t مع أي إحصائية لها توزيع طبيعي أي على شكل جرس، وكتقدير تقريبي تتنبأ نظرية النهاية المركزية بتوزيع طبيعي تقريبًا في كل من الحالات التالية:

- توزيع المجتمع الإحصائي طبيعي؛
- توزيع العينات متماثل وحجم العينة ≤15؛
- توزيع العينات منحرف بشكل معتدل وحجم العينة هو 30 ≤n≤16؛
- حجم العينة أكبر من 30 بدون قيم متطرفة.

ويقوم عمل الاختبار على مقارنة أداء أفراد عينة البحث قبل وبعد خضوع الطاهرة إلى عملية تحريك في أحد متغيراتها إما زيادة أو نقصانا. ويعرف الاختبار رياضيا كما يلي:

قانون حساب t لعينتين متشابهتين : $t = \frac{\overline{D}}{\overline{SD}}$

- حيث أن $\overline{D}$ تمثل المتوسط الحسابي للفروق بين أداءات الأفراد قبل وبعد الخضوع للظرف التجريبي، وتعرف رياضيا كما يلي: $\overline{D} = \frac{\sum \mathrm{d}}{\mathrm{n}}$.
- وأن $\overline{S}$ تمثل الخطأ المعياري للمتوسط وتعرف رياضيا كما يلي: $\overline{SD} = \frac{s\mathrm{d}}{\sqrt{n}}$.
- وأن $s\mathrm{d}$ تمثل الانحراف المعياري للفروق بين أداءات الأفراد قبل وبعد الخضوع للظرف التجريبي وتعرف رياضيا كما يلي: $S\mathrm{d} = \sqrt{\frac{\mathrm{n}\sum \mathrm{d}^2 - (\sum \mathrm{d})^2}{\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)}}$.
- وأن n تمثل حجم العينة.

مثال: في محاولة للتأكد من وجود فروق في الفعالية بين استراتيجيتين تعليميتين A, B، طبق باحث الإستراتيجية A خلال الثلاثي الأول من السنة الدراسية، ثم طبق الاستراتيجية B خلال الثلاثي الثاني على نفس التلاميذ، فتحصل على النتائج التالية:

A	12	14	13	8	10	11	13	9	10	15

B	13	13	14	10	11	11	13	12	11	15

السؤال: اختبر دلالة الفروق في التحصيل بين الاستراتيجيتين عند مستوى الدلالة ألفا $\propto$ 0.05؟

الحل:

1. تحديد المشكلة: هل هناك فرق في الفعالية بين الاستراتيجية A والاستراتيجية B؟
2. صياغة الفرضيات: بما أن اتجاه الفرق في السؤال غير محدد فإن الفرضيات تكون هي الأخرى غير محددة الاتجاه وتأخذ الشكل التالي:

$$H_0: x_1 = x_2$$
$$H_1: x_1 \neq x_2$$

3. تحديد كيفية اتخاذ القرار: إذا كانت t_c المحسوبة أكبر من t_o المجدولة عند درجة الحرية $df = (n-1)$ ومستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية.
4. تحديد الاختبار الإحصائي الملائم: بما أن التصميم التجريبي قياس قبلي/قياس بعدي فإن الاختبار الاحصائي الملائم هو اختبار t لعينتين متشابهتين: $t = \frac{\overline{D}}{SD}$
5. القيام بالعمليات الحسابية:

A	B	d=a-b	d^2
12	13	-1	1
14	13	1	1
13	14	-1	1
8	10	-2	4
10	11	-1	1
11	11	0	0
13	13	0	0
9	12	-3	9
10	10	0	0
15	15	0	0
		$\sum d = -7$	$\sum d^2 = 17$

حساب المتوسط الحسابي للفروق: $\overline{D} = \frac{\sum d}{n}$

$$\overline{D} = \frac{-7}{10} = -0.7$$

حساب الانحراف المعياري للفروق: $Sd = \sqrt{\frac{n\sum d^2 - (\sum d)^2}{n(n-1)}}$

$$Sd = \sqrt{\frac{10 * 17 - (-7)^2}{10(10-1)}}$$

$$Sd = \sqrt{\frac{170 - 49}{90}}$$

$$Sd = \sqrt{\frac{121}{90}} = 1.15$$

حساب الخطأ المعياري للمتوسط: $\overline{SD} = \frac{sd}{\sqrt{n}}$

$$\overline{SD} = \frac{1.15}{\sqrt{10}} = 0.36$$

حساب قيمة t: $t = \frac{\overline{D}}{\overline{SD}}$

$$t = \frac{-0.7}{0.36} = -3.68$$

اتخاذ القرار الإحصائي: بما أن t_c المحسوبة 3.68- كانت أكبر من t_o المجدولة 2.26 عند درجة الحرية $df = (n_1 - 1) = 9$ ومستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية. وبما أن النتيجة بالسالب فإنه يمكننا القول أن تحصيل التلاميذ مع الاستراتيجية B كان أحسن من تحصيلهم مع الاستراتيجية A.

تمرين: في محاولة للتأكد من تأثير العطلة الإجبارية الناجمة عن الجائحة COVID19، قارن باحث نتائج عدد من التلاميذ في مادة الرياضيات قبل وبعد الجائحة فتحصل على النتائج التالية:

A	12	14	13	8	9	10	10	11	13	9	12	13	10	15
B	11	12	11	10	9	6	7	9	10	8	10	11	11	12

السؤال: اختبر دلالة الفروق في التحصيل بين الاستراتيجيتين عند مستوى الدلالة ألفا $\propto$ 0.05؟ مع العلم أن قيمة t عند هذا المستوى هي 1.77.

اختبار T لعينتين متجانستين

وهو اختيار يتوافق والتصميم التجريبي مجموعة تجريبية/ مجموعة ضابطة، وتجدر الإشارة إلى أن تجانس العينتين لا يعني تساوى حجمهما بالضرورة. يمكن استخدام الاختبار إذا توفرت الشروط المذكورة بالنسبة لاختبار t لعينتين متشابهتين. ويعرف الاختبار رياضيا كما يلي: قانون حساب t لعينتين متجانستين:

$$t = \frac{\overline{x}_1 = \overline{x}_2}{SM_1 - SM_2}$$

حيث أن: $\overline{x}_1$ يمثل متوسط المجموعة الأولى.

$\overline{x}_2$: يمثل متوسط المجموعة الثانية.

$SM_1 - SM_2$: الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين ويحسب كما يلي:

$$SM_1 - SM_2 = \sqrt{\frac{((n_1 - 1).s^2_1) + (n_2 - 1).s^2_2)}{(n_1 + n_2 - 2)} * (\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}$$

حيث S^2 يشير إلى التباين في العينتين ويحسب رياضيا كما يلي:

قانون حساب التباين $14S^2 = \frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n^2-1)}$

وعليه فإن قانون حساب t يأخذ الشكل التالي:

$$\mathbf{t = \frac{\overline{x}_1 = \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{((n_1 - 1).s^2_1) + (n_2 - 1).s^2_2)}{(n_1 + n_2 - 2)} * (\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}}$$

مثال: في محاولة للتأكد من وجود فروق في الفعالية بين استراتيجيتين تعليميتين A, B، طبق باحث الإستراتيجية A خلال الفوج الأول، وطبق الاستراتيجية B على الفوج الثاني من نفس المستوى، علما أن توزيع التلاميذ على الفوجين وكذلك الاستراتيجيتين كان بشكل عشوائي، فتحصل على النتائج التالية:

A	12	14	13	8	10	11	13	9	10	15
B	13	13	14	10	11	11	13	12	11	15

السؤال: اختبر دلالة الفروق في التحصيل بين الاستراتيجيتين عند مستوى الدلالة ألفا $\propto$ 0.05؟

الحل:

1. تحديد المشكلة: هل هناك فرق في الفعالية بين الاستراتيجية A والاستراتيجية B؟
2. صياغة الفرضيات: بما أن اتجاه الفرق في السؤال غير محدد فإن الفرضيات تكون هي الأخرى غير محددة الاتجاه وتأخذ الشكل التالي:

$$H_0: \overline{\boldsymbol{x}}_1 = \overline{\boldsymbol{x}}_2$$
$$H_1: \overline{\boldsymbol{x}}_1 \neq \overline{\boldsymbol{x}}_2$$

3. تحديد كيفية اتخاذ القرار: إذا كانت t_c المحسوبة أكبر من t_o المجدولة عند درجة الحرية $df = (\mathbf{n_1} - \mathbf{n_2}_2)$ ومستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية.
4. تحديد الاختبار الإحصائي الملائم: بما أن التصميم التجريبي قياس قبلي/قياس بعدي فإن الاختبار الاحصائي الملائم هو اختبار t لعينتين متجانستين:

$$t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{SM_1 - SM_2}$$

5. القيام بالعمليات الحسابية:

x_a	x_b	$x^2{}_a$	$x^2{}_b$
13	12	169	144
13	14	169	196
14	13	196	169
10	8	100	64
11	10	121	100
11	11	121	121
13	13	169	169
12	9	144	81
10	10	100	100
15	15	225	225
$\sum x_a = 122$	$\sum x_b = 115$	$\sum x^2{}_a = 1514$	$\sum x^2{}_b = 1369$

حساب متوسطي المجموعتين:

$$\overline{x}_1 = \frac{\sum x}{n} = \frac{122}{10} = 12.2$$

$$\overline{x}_2 = \frac{\sum x}{n} = \frac{115}{10} = 11.5$$

حساب تبايني المجموعتين:

$$S^2 = \frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}$$

$$\boldsymbol{S^2{}_1} = \frac{10 * 1514 - (122)^2}{10(10-1)} = \frac{15140 - 14884}{90} = \frac{256}{90} = \mathbf{2.84}$$

$$\boldsymbol{S^2{}_1} = \frac{10 * 1369 - (115)^2}{10(10-1)} = \frac{13690 - 13225}{90} = \frac{465}{90} = \mathbf{5.16}$$

حساب الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين:

$$SM_1 - SM_2 = \sqrt{\frac{((n_1 - 1).s^2{}_1) + (n_2 - 1).s^2{}_2)}{(n_1 + n_2 - 2)} * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{(9 * 2.84) + 9 * 5.16)}{(10 + 10 - 2)} * \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right) = \sqrt{0.8}} = 0.89$$

$$t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{SM_1 - SM_2} = \frac{12.2 - 11.5}{0.89} = \mathbf{0.78}$$ قيمة حساب t

اتخاذ القرار الإحصائي: بما أن t_c المحسوبة 0.78 كانت أقل من t_o المجدولة 2.10 عند درجة الحرية $df = (n_1 + n_2 - 2) = 18$ ومستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نقبل الفرضية الصفرية. بمعنى أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في التحصيل لدى التلاميذ بيت الفترتين قبل وبعد COVID19.

تمرين: يمثل الجدول أدناه نتائج قياس لمستوى الضغط بين مجموعتين من الأطباء يعملون في نفس المستشفى، المجموعة A تعمل في المصالح المخصصة لمرضى كورونا المستجد والمجموعة B تعمل في المصالح الأخرى. اختبر دلالة الفرق في مستوى الشعور بالضغط عند مستوى الدلالة 0.05؟ مع العلم أن قيمة t النظرية هي 1.71.

A	17	21	21	20	22	23	21	25	22	19	25	17	23
B	14	16	15	15	17	17	15	13	17	15	15		

اختبار تحليل التباين F Analysis of Variance (ANOVA)

وهو اختيار يتوافق والتصميم التجريبي ذو المجموعات المتعددة بمعنى أكثر من مجموعتين، وهو في الحقيقة تعميم لاختبار t student يمكن استخدام الاختبار إذا توفرت الشروط المذكورة بالنسبة لاختبار t لعينتين متجانستين. يستخدم أسلوب تحليل التباين التباين الكلي، بدلاً من استخدام الاختلافات الفعلية والأخطاء المعيارية ، على الرغم من أن فكرة الخطأ

المعياري للاختلافات هي من وراء الطريقة. دائمًا ما يتم مقابلة تباينين ضد بعضهما البعض. التباين الأول الحقيقي والذي يفترض أن يسببه المتغير التجريبي –أو المتغيرات المستقلة– (تباين ما بين المجموعات) مقابل التباين الثاني الخاطئ (تباين داخل المجموعات) الذي المفترض أن يكون بسبب خطأ عشوائي لا يتحكم فيه الباحث.

ويعرف الاختبار رياضيا كما يلي: $\mathrm{F} = \frac{m.s_b}{m.s_w}$

حيث أن s_b. يمثل تباين ما بين المجموعات (التباين الحقيقي) وهو حاصل قسمة مجموع مربعات ما بين المجموعات على درجة حرية المجموعات $m.s_b = \frac{SS_\mathrm{b}}{\mathrm{k}-1}$

وأن s_w. يمثل تباين داخل المجموعات (التباين الحقيقي) وهو حاصل قسمة مجموع مربعات ما بين المجموعات على درجة حرية العينة الكلية (N): $m.s_w = \frac{SS_w}{\mathrm{n}-\mathrm{k}}$

تذكر k هو عدد المجموعات

ونحصل على مجموع المربعات $SS_\mathrm{t}, SS_\mathrm{b}, SS_\mathrm{w}$ **(sum of squares) عن طريق المعادلات التالية:**

ـ مجموع المربعات الكلي: SS_t $SS_\mathrm{t} = \sum x_\mathrm{t}^2 - \mathrm{c}$ وأن c تساوي $\mathrm{c} = \frac{\sum x_\mathrm{t}^2}{\mathrm{N}}$

– مجموع مربعات ما بين المجموعات SS_b **:**

$$SS_\mathrm{b} = \left[\frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_3)^2}{n_3} \ldots + \frac{(\sum x_\mathrm{n})^2}{n_\mathrm{n}}\right]\text{-C}$$

– مجموع مربعات داخل المجموعات: $SS_\mathrm{w} = SS_\mathrm{t} - SS_\mathrm{b}$

مثال: افترض أن القياسات في الجدول أدناه تمثل نتائج ثلاثة أفواج دراسية تتلمذوا على يد ثلاثة معلمين لديهم ثلاثة مستويات مختلفة من الخبرة. اختبر دلالة الفرق في التحصيل بين التلاميذ تبعا لمستوى خبرة المعلم الذي تعلموا عنده؟

X_1	10	15	12	14	13	8	10	11	13	9	10	15
X_2	11	15	13	13	14	10	11	11	13	12	11	15
X_3	11	11	13	12	13	8	10	11	12	11		

الحل:

1. تحديد المشكلة: هل هناك فرق درجات تحصيل التلاميذ تبعا لمستوى خبرة معلمهم؟
2. صياغة الفرضيات: بما أن اتجاه الفرق في السؤال غير محدد فإن الفرضيات تكون هي الأخرى غير محددة الاتجاه وتأخذ الشكل التالي:
   - لا يوجد فرق بين مختلف المتوسطات $H_0: \overline{\boldsymbol{x}}_1 = \overline{\boldsymbol{x}}_2 = \overline{\boldsymbol{x}}_3$
   - واحد على الأقل من المتوسطات يختلف عن باقي المتوسطات $H_1: \overline{\boldsymbol{x}}_1 \neq \overline{\boldsymbol{x}}_2 \neq \overline{\boldsymbol{x}}_3$
3. تحديد كيفية اتخاذ القرار: إذا كانت F_c المحسوبة أكبر من F_o المجدولة عند مستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية.
4. تحديد الاختبار الإحصائي الملائم: بما أن التصميم التجريبي متعدد المجموعات فإن الاختبار الاحصائي الملائم هو اختبار تحليل التباين F.

5. القيام بالعمليات الحسابية:

X_1	X_2	X_3	X^2_1	X^2_2	X^2_3
15	15	11	225	225	121
10	11	12	100	121	144
9	12	11	81	144	121
13	13	10	169	169	100
11	11	8	121	121	64
10	11	13	100	121	169
8	10	12	64	100	144
13	14	13	169	196	169
14	13	11	196	169	121
12	13	11	144	169	121
15	15		225	225	
10	11		100	121	
∑140	**∑149**	**∑112**	**∑1694**	**∑1881**	**∑1274**

حساب مجموع المربعات: $SS_{\mathrm{t}} = \sum x_{\mathrm{t}}^2 - \mathbf{c}$

- حساب C: $\mathrm{c} = \frac{\sum x_{\mathrm{t}}^2}{\mathrm{N}} = \frac{(140+149+112)^2}{34} = \frac{(401)^2}{34} = \mathbf{4729.44}$
- $SS_{\mathrm{t}} = \sum x_{\mathrm{t}}^2 - \mathrm{c} = (1694 + 1881 + 1274) - 4729.44 = \mathbf{119.56}$

1. **مجموع مربعات ما بين المجموعات** SS_{b} :

$$SS_{\mathrm{b}} = \left[\frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_3)^2}{n_3} \ldots + \frac{(\sum x_{\mathrm{n}})^2}{n_{\mathrm{n}}}\right]\text{-C}$$

$$= \left[\frac{(140)^2}{12} + \frac{(149)^2}{12} + \frac{(112)^2}{10}\right] - \mathbf{4729.44}$$

$$[1633.33 + 1850.08 + 1254.4] - \mathbf{4729.44} = \mathbf{8.37}$$

2. **مجموع مربعات داخل المجموعات:** $SS_{\mathrm{w}} = SS_{\mathrm{t}} - SS_{\mathrm{b}}$

$$SS_{\mathrm{w}} = 119.56 - 8.37 = \mathbf{111.19}$$

3. **حساب قيمة F:** $\mathrm{F} = \frac{.S_b}{m.s_w}$

$$\mathrm{F} = \frac{8.37/(3-1)}{111.19/(34-3)} = \frac{4.18}{3.58} = \mathbf{1.16}$$

هذا ويمكننا تلخيص النتائج في الجدول التالي:

ANOVA à 1 facteur

نتائج التلاميذ

	Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F	Signification
Inter-groupes	8,375	2	4,188	1,168	,324
Intra-groupes	111,183	31	3,587		
Total	119,559	33			

اتخاذ القرار الإحصائي: بما أن $\mathrm{F_c}$ المحسوبة 1.16 كانت أقل من F_{o} المجدولة 3.31 عند مستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نقبل الفرضية الصفرية. بمعنى أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في التحصيل بين المجموعات الثلاثة للتلاميذ ، وعليه يمكننا القول أن خبرة المعلم لم يكن لها تأثيرا ذو دلالة على التحصيل الدراسي.

تمرين: تمثل النتائج في الجدول أدناه قياسا الضغط النفسي عند فئات عمال المستشفيات خلال الأيام الأولى من الجائحة Covid-19، اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\propto$ 0.05.

عمال	25	31	26	21	24	22	19	20	18	26	18	27
ممرضين	26	28	24	25	19	22	29	22	28	27	29	24
أطباء	20	18	26	18	27	22	25	19	22	22	**20**	19

اختبار كا² للاستقلالية χ^2 (The Chi-square test of independence)

يعتبر اختبار Chi-square كا² للاستقلالية (المعروف أيضًا باسم اختبار Pearson Chi-square، من الاختبارات اللابرامترية، وهو أحد أكثر الإحصاءات المفيدة لاختبار الفرضيات عندما تكون المتغيرات اسمية ، كما يحدث غالبًا في البحث السريري. يختبر Chi-square للاستقلالية ما إذا كان متغيران نوعيان مستقلان ، أي ما إذا كانت هناك علاقة بين متغيرين اسميين .بمعنى آخر ، يُستخدم هذا الاختبار لتحديد ما إذا كانت قيم أحد المتغيرين النوعيين تعتمد على قيم المتغير النوعي الآخر.

إذا لم يُظهر الاختبار أي ارتباط بين المتغيرين (أي أن المتغيرات مستقلة) ، فهذا يعني أن معرفة قيم أحد المتغيرات لا يعطي أي معلومات حول قيم المتغير الآخر .على العكس من ذلك ، إذا أظهر الاختبار علاقة بين المتغيرات (أي أن المتغيرات تعتمد)، فهذا يعني أن معرفة قيم أحد المتغيرات يوفر معلومات حول قيم المتغير الآخر.

هذا ومن شروط تطبيق هذا الاختبار أن تكون البيانات في شكل تكرارات، وأن لا تقل التكرارات المتوقعة عن 5 في 80٪ على الأقل من الخلايا ، ولا يجب أن تحتوي أي خلية على أقل من تكرار واحد. من المرجح أن يتحقق هذا الشرط إذا كان حجم العينة يساوي على الأقل عدد الخلايا مضروبًا في 5. يحدد هذا الشرط عدد الحالات (حجم العينة) اللازم لاستخدام $\chi 2$ لأي عدد من الخلايا في الجدول.

ويعرف الاختبار رياضيا كما يلي:

قانون حساب كاف مربع $x^2 = \sum \frac{(\mathrm{fo}-\mathrm{fe})^2}{\mathrm{fe}^2}$ حيث أن:

- fo هو التكرار الملحوظ (الفعلي).

- fe هو التكرار المتوقع ويحسب كما يلي:

$$fe = \frac{\sum \text{fréq de la colonne} * \sum \text{fréq de la lignes}}{\sum \ des \ \text{fréquences (Total)}}$$

تمرين: يمثل الجدول أدنا إجابات عدد من المواطنين حو السؤال هل أن راضي عن المقاربة التي تعاملت بها الحكومة مع الوباء المستجد Covid-19. هل هناك فروق في طبيعة الإجابة عن السؤال تبعا للفئة التي ينتمي إليها المستجوبين؟

الإجابة/ الفئة	راضي	غير راضي	$\sum$
مواطنون عاديون	45	35	80
سياسيون	10	26	36
موظفي السلك الطبي	30	45	75
$\sum$	85	106	191

الحل:

1. تحديد المشكلة: هل هناك فروق في طبيعة الإجابة عن السؤال تبعا للفئة التي ينتمي إليها المستجوبين؟
2. صياغة الفرضيات: بما أن اتجاه الفرق في السؤال غير محدد فإن الفرضيات تكون هي الأخرى غير محددة الاتجاه وتأخذ الشكل التالي:
   - لا يوجد فرق بين مختلف الفئات $H_0: \boldsymbol{f}_{\mathrm{o}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}$
   - توجد فروق في الإجابة بين مختلف الفئات $H_0: \boldsymbol{f}_{\mathrm{o}} \neq \boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}$
3. تحديد كيفية اتخاذ القرار: إذا كانت $x^2{}_{\mathrm{c}}$ المحسوبة أكبر من $x^2{}_{\mathrm{o}}$ المجدولة عند مستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية.
4. تحديد الاختبار الإحصائي الملائم: بما أن المقارنة هي بين متغيرين اسميين فإن الاختبار الملائم هو x^2.
5. القيام بالعمليات الحسابية:
   1. تتمثل الخطوة الأولى للحل في استخراج التكرارت fe باستعمال المعادلة المذكورة أعلاه.

$$fe = \frac{\sum \text{fréq de la colonne} * \sum \text{fréq de la lignes}}{\sum \textit{des} \text{ fréquences (Total)}}$$

التكرار الملحوظ	كيفية حساب التكرار المتوقع	النتيجة
45	$fe = \frac{85 * 80}{191}$	35.60
10	$fe = \frac{85 * 36}{191}$	16.02
30	$fe = \frac{85 * 75}{191}$	33.37
35	$fe = \frac{106 * 80}{191}$	44.39
26	$fe = \frac{106 * 36}{191}$	19.97
45	$fe = \frac{106 * 75}{191}$	41.62

حساب كا²: $x^2 = \sum \frac{(\text{fo}-\text{fe})^2}{\text{fe}^2}$

$$x^2 = \frac{(45-35.6)^2}{35.6} + \frac{(10-16.02)^2}{16.02} + \frac{(30-33.37)^2}{35.6} + \frac{(35-44.39)^2}{44.39} + \frac{(26-19.97)^2}{19.97} + \frac{(45-41.62)^2}{41.62} = \mathbf{20.27}$$

اتخاذ القرار الإحصائي: بما أن $x^2{}_c$ المحسوبة 20.27 كانت أكبر من $x^2{}_o$ المجدولة 5.99 عند الحرية $df = (c-1)(l-1) = (2-1)(3-1) = 2$ ومستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية. بمعنى أن الفروق دالة إحصائيا ومنه نقول أنه توجد علاقة بين الموقف الذي يتبناه المجيب والفئة التي ينتمي إليها.

تمرين: يمثل الجدول أدناه تكرارات إجابات عدد من الطلبة عن السؤال ما تقديرك لمستوى المحتويات التعليمية المقدمة أيام الجائحة Covid-19 عبر قواعد البيانات لمختلف الجامعات؟ اختبر فرضية العدم (الصفرية) عند مستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 .

الإجابة/ الفئة	**جيد**	**متوسط**	**ضعيف**	$\sum$
العلوم الإنسانية	15	25	10	50
العلوم الإجتماعية	25	12	13	50
العلوم التقنية	22	17	11	50
$\sum$	62	54	34	150

اختبار اختبار كا² للاستقلالية المعدل

هو تصحيح أجراه Yates لمراعاة حقيقة اختبار كاي مربع يميل إلى التحيز للأعلى عندما يكون الجدول التوفيقي 2 × 2، إذ يميل التحيز التصاعدي إلى جعل النتائج أكبر مما ينبغي .وعليه من المستحسن إدخال تصحيح Yates ، خاصة إذا كانت تكرارات الخلية المتوقعة أقل من 10. حيث تأخذ المعادلة الرياضية لحساب كا² الشكل التالي:

$$x^2 = \sum \frac{(\text{fo} - \text{fe} \mp 0.5\ )^2}{\text{fe}^2}$$

تمرين: في الجدول أدنا استجابات طلبة ماستر علوم التربية عن سؤال يتعلق بوضوح المحتوى التعليمي المقدم في هذه الوثيقة؟ اختبر دلالة الفرق في طبيعة الإجابة بين بين الذكور والإناث عتد مستوى الدلالة $\propto$ 0.05؟

الإجابة/ الجنس	واضح	غير واضح	$\sum$
ذكور	13	8	21
أناث	10	7	17
$\sum$	23	15	38

الحل:

تحديد المشكلة: هل هناك فروق في طبيعة الإجابة عن السؤال تبعا للفئة التي ينتمي إليها المستجوبين؟

1. صياغة الفرضيات: بما أن اتجاه الفرق في السؤال غير محدد فإن الفرضيات تكون هي الأخرى غير محددة الاتجاه وتأخذ الشكل التالي:
   - لا يوجد فرق بين مختلف الفئات $H_0: \boldsymbol{f}_{\text{o}} = \boldsymbol{f}_{\text{e}}$
   - توجد فروق في الإجابة بين مختلف الفئات $H_0: \boldsymbol{f}_{\text{o}} \neq \boldsymbol{f}_{\text{e}}$
2. تحديد كيفية اتخاذ القرار: إذا كانت $x^2{}_{\text{c}}$ المحسوبة أكبر من $x^2{}_{\text{o}}$ المجدولة عند مستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نرفض الفرضية الصفرية.

3. تحديد الاختبار الإحصائي الملائم: بما أن المقارنة هي بين متغيرين اسميين فإن الاختبار الملائم هو x^2.
4. القيام بالعمليات الحسابية:

- تتمثل الخطوة الأولى للحل في استخراج التكرارت fe باستعمال المعادلة المذكورة أعلاه.

$$fe = \frac{\sum \text{fréq de la colonne} * \sum \text{fré de la lignes}}{\sum \textit{des} \text{ fréquences (Total)}}$$

التكرار المتوقع	التكرار الملحوظ
12.7105263	13
8.28947368	8
10.2894737	10
6.71052632	7

بما أن التكرارات المتوقعة في بعض الخلايا أقل من 10 فإن القانون الملائم لحساب x^2 هو القانون المعدل من قبل Yates.

$$x^2 = \sum \frac{(\text{fo} - \text{fe} \mp 0.5\ )^2}{\text{fe}^2}$$

حساب كا²:

$$x^2 = \frac{(13 - 12.71 - 0.5\ )^2}{12.71} + \frac{(8 - 8.28 + 0.5\ )^2}{8.28} + \frac{(10 - 10.28 + 0.5\ )^2}{10.28} + \frac{(7 - 6.71 - 0.5\ )^2}{6.71} = \mathbf{0.019}$$

اتخاذ القرار الإحصائي: بما أن ${x^2}_c$ المحسوبة 0.019 كانت أصغر من ${x^2}_o$ المجدولة 3.84 عند الحرية $df = (c-1)(l-1) = (2-1)(2-1) = 1$ ومستوى الدلالة الإحصائية $\propto$ 0.05 فإننا نقبل بالفرضية الصفرية. بمعنى أن الفروق غير دالة إحصائيا ومنه نقول أنه توجد علاقة بين الموقف الذي يتبناه المجيب والجنس.

المراجع

1. Dalgaard P.,Introductory Statistics with R, 2`eméedition, Springer, 2008. 357 pages.
2. Fred Nichols Kerlinger: Foundations of behavioral research. Holt, Rinehart and Winston, 1986 - 667 pages.
3. Miller R, Siegmund D. Maximally selected Chi-square statistics. Biometrics. 1982;38:1101–6. http://dx.doi.org/10.2307/2529881. [Google Scholar]
4. Montgomery D.C., Runger G.C.,Applied Statistics and Probability for Engi-neers, 4`eméedition, Wiley, 2007. 476 pages.